# Supplementary information for
# "Over a thousand new periodic orbits of planar three-body system with unequal masses"

Xiaoming Li[1], Yipeng Jing[2], and Shijun Liao[1,3*]

[1] *School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, China*

[2] *Dept. of Astronomy, School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiaotong University, China*

[3] *Ministry-of-Education Key Laboratory in Scientific and Engineering Computing, Shanghai 200240, China*

* *The corresponding author, Email address: sjliao@sjtu.edu.cn*

Table S I. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_{1}^{i.c.}$(0.5) | 0.2869236336 | 0.0791847624 | 4.176129219 | 4.538 | 4 | U | - | - | 0.315879 |
| I.A$_{2}^{i.c.}$(0.5) | 0.3420307307 | 0.1809369236 | 13.9153339459 | 9.063 | 8 | U | - | - | 1.972220 |
| I.A$_{3}^{i.c.}$(0.5) | 0.3697718457 | 0.1910065395 | 25.9441952945 | 13.095 | 12 | U | - | - | 2.314004 |
| I.A$_{4}^{i.c.}$(0.5) | 0.2009656237 | 0.2431076328 | 19.013416429 | 19.086 | 16 | U | - | - | 6.927685 |
| I.A$_{5}^{i.c.}$(0.5) | 0.2613236072 | 0.2356235235 | 28.4358575383 | 23.513 | 20 | U | - | - | 1.109487 |
| I.A$_{6}^{i.c.}$(0.5) | 0.190842849 | 0.115077211 | 15.9682350284 | 22.361 | 20 | U | - | - | 2.708805 |
| I.A$_{7}^{i.c.}$(0.5) | 0.1579313682 | 0.0949852732 | 14.5766076405 | 22.363 | 20 | U | - | - | 4.814007 |
| I.A$_{8}^{i.c.}$(0.5) | 0.0979965852 | 0.0369408875 | 15.605919178 | 27.112 | 24 | U | - | - | 5.337850 |
| I.A$_{9}^{i.c.}$(0.5) | 0.358911651 | 0.0578397225 | 35.2777168591 | 27.12 | 24 | U | - | - | 0.991978 |
| I.A$_{10}^{i.c.}$(0.5) | 0.2066204352 | 0.1123859298 | 22.8770013381 | 30.956 | 28 | U | - | - | 4.877243 |
| I.A$_{11}^{i.c.}$(0.5) | 0.3095805649 | 0.1012188182 | 37.8353981553 | 36.122 | 32 | M | 0.269759 | - | 0.002652 |
| I.A$_{12}^{i.c.}$(0.5) | 0.2935606362 | 0.2168613674 | 54.5846159117 | 41.571 | 36 | U | - | - | 3.485623 |
| I.A$_{13}^{i.c.}$(0.5) | 0.2614113685 | 0.1097599351 | 39.2849176561 | 45.204 | 40 | U | - | - | 9.056535 |
| I.A$_{14}^{i.c.}$(0.5) | 0.304986681 | 0.0979042378 | 46.1065937257 | 45.21 | 40 | M | 0.050696 | - | 0.001144 |
| I.A$_{15}^{i.c.}$(0.5) | 0.164419905 | 0.0637816144 | 29.0215071279 | 45.244 | 40 | U | - | - | 3.721590 |
| I.A$_{16}^{i.c.}$(0.5) | 0.2698142826 | 0.0360688014 | 37.8687787781 | 45.458 | 40 | M | 0.196821 | - | 0.000166 |
| I.A$_{17}^{i.c.}$(0.5) | 0.1451647294 | 0.0318334148 | 30.5079373557 | 49.973 | 44 | U | - | - | 2.192560 |
| I.A$_{18}^{i.c.}$(0.5) | 0.3467747647 | 0.0474429378 | 59.772291946 | 49.973 | 44 | M | 0.390862 | - | 0.000818 |
| I.A$_{19}^{i.c.}$(0.5) | 0.3025694869 | 0.0951546278 | 54.5401904272 | 54.294 | 48 | M | 0.230709 | - | 0.001695 |
| I.A$_{20}^{i.c.}$(0.5) | 0.2726720005 | 0.0478754379 | 46.2148464304 | 54.543 | 48 | M | 0.437183 | - | 0.009199 |
| I.A$_{21}^{i.c.}$(0.5) | 0.2997637007 | 0.093432927 | 62.7105115603 | 63.376 | 56 | M | 0.435320 | - | 0.001638 |
| I.A$_{22}^{i.c.}$(0.5) | 0.2747511246 | 0.0544869553 | 54.5744279508 | 63.626 | 56 | M | 0.069535 | - | 0.000263 |
| I.A$_{23}^{i.c.}$(0.5) | 0.2867479329 | 0.0521752523 | 57.063355693 | 63.626 | 56 | U | - | - | 0.670898 |
| I.A$_{24}^{i.c.}$(0.5) | 0.2172290935 | 0.0383448898 | 45.1666009592 | 63.631 | 56 | M | 0.499787 | - | 0.000187 |
| I.A$_{25}^{i.c.}$(0.5) | 0.3108794721 | 0.1023369865 | 71.4799545005 | 67.698 | 60 | M | 0.056495 | - | 0.002769 |
| I.A$_{26}^{i.c.}$(0.5) | 0.2979925625 | 0.0918951185 | 70.9842467059 | 72.456 | 64 | M | 0.088783 | - | 0.002315 |
| I.A$_{27}^{i.c.}$(0.5) | 0.2366779591 | 0.0914177522 | 56.6833946453 | 72.485 | 64 | U | - | - | 4.936312 |
| I.A$_{28}^{i.c.}$(0.5) | 0.1628551705 | 0.0589464762 | 46.2097799724 | 72.484 | 64 | U | - | - | 4.463237 |
| I.A$_{29}^{i.c.}$(0.5) | 0.276336152 | 0.0588302447 | 62.9447137981 | 72.706 | 64 | M | 0.299482 | - | 0.001870 |
| I.A$_{30}^{i.c.}$(0.5) | 0.1936757357 | 0.0730232621 | 49.7181917085 | 72.488 | 64 | S | 0.351375 | 0.117065 | - |
| I.A$_{31}^{i.c.}$(0.5) | 0.30175041 | 0.1030778699 | 77.765368639 | 76.789 | 68 | U | - | - | 0.194919 |
| I.A$_{32}^{i.c.}$(0.5) | 0.1671144104 | 0.0438815944 | 49.1675240282 | 77.185 | 68 | U | - | - | 1.568395 |
| I.A$_{33}^{i.c.}$(0.5) | 0.3274705985 | 0.0612651208 | 84.0143824473 | 77.185 | 68 | M | 0.263526 | - | 0.001904 |
| I.A$_{34}^{i.c.}$(0.5) | 0.2668455153 | 0.0138391891 | 63.2419174415 | 77.282 | 68 | S | 0.347100 | 0.000669 | - |
| I.A$_{35}^{i.c.}$(0.5) | 0.3220251063 | 0.0754954232 | 87.68217128 | 81.574 | 72 | U | - | - | 5.641769 |
| I.A$_{36}^{i.c.}$(0.5) | 0.2965579937 | 0.0906370328 | 79.2439520137 | 81.536 | 72 | M | 0.266367 | - | 0.001965 |
| I.A$_{37}^{i.c.}$(0.5) | 0.2775882955 | 0.0619333069 | 71.3240509215 | 81.786 | 72 | M | 0.330376 | - | 0.000426 |
| I.A$_{38}^{i.c.}$(0.5) | 0.3558062278 | 0.0405108521 | 108.4971611336 | 86.349 | 76 | U | - | - | 3.474211 |
| I.A$_{39}^{i.c.}$(0.5) | 0.306001759 | 0.0986219478 | 88.0890690057 | 85.876 | 76 | M | 0.227584 | - | 0.016350 |
| I.A$_{40}^{i.c.}$(0.5) | 0.2689229383 | 0.0312527426 | 71.5697332821 | 86.372 | 76 | M | 0.288778 | - | 0.000360 |
| I.A$_{41}^{i.c.}$(0.5) | 0.1317126561 | 0.0254909293 | 51.5736578935 | 86.35 | 76 | M | 0.245140 | - | 0.001413 |
| I.A$_{42}^{i.c.}$(0.5) | 0.1428972736 | 0.0445901978 | 55.4783856796 | 90.717 | 80 | U | - | - | 3.704846 |
| I.A$_{43}^{i.c.}$(0.5) | 0.3132151994 | 0.1046181562 | 96.6632360131 | 90.178 | 80 | M | 0.401435 | - | 0.004286 |
| I.A$_{44}^{i.c.}$(0.5) | 0.2954964679 | 0.0895434067 | 87.5354654697 | 90.615 | 80 | M | 0.372782 | - | 0.003770 |
| I.A$_{45}^{i.c.}$(0.5) | 0.2749526022 | 0.06486565 | 78.6571356819 | 90.866 | 80 | U | - | - | 0.446992 |
| I.A$_{46}^{i.c.}$(0.5) | 0.2153858894 | 0.0499108529 | 64.5903822323 | 90.874 | 80 | M | 0.041800 | - | 0.000120 |
| I.A$_{47}^{i.c.}$(0.5) | 0.2770512888 | 0.1061164594 | 87.0243497655 | 94.961 | 84 | U | - | - | 2.301469 |
| I.A$_{48}^{i.c.}$(0.5) | 0.3213655238 | 0.089741542 | 103.6411578855 | 94.961 | 84 | U | - | - | 1.989031 |
| I.A$_{49}^{i.c.}$(0.5) | 0.2706252379 | 0.0398693716 | 79.9076627886 | 95.459 | 84 | M | 0.076300 | - | 0.000127 |
| I.A$_{50}^{i.c.}$(0.5) | 0.2786174957 | 0.2292777524 | 131.7357122012 | 103.058 | 88 | U | - | - | 2.463140 |

Table S II. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$^{i.c.}_{51}$(0.5) | 0.246959166 | 0.090403171 | 80.419116404 | 99.719 | 88 | U | - | - | 5.191779 |
| I.A$^{i.c.}_{52}$(0.5) | 0.322825049 | 0.096845048 | 110.329150346 | 99.273 | 88 | U | - | - | 1.769581 |
| I.A$^{i.c.}_{53}$(0.5) | 0.295479132 | 0.109621828 | 98.772567117 | 99.273 | 88 | U | - | - | 1.775866 |
| I.A$^{i.c.}_{54}$(0.5) | 0.294592095 | 0.088616342 | 95.814348668 | 99.694 | 88 | M | 0.008352 | - | 0.001855 |
| I.A$^{i.c.}_{55}$(0.5) | 0.194540273 | 0.070683001 | 68.400331398 | 99.727 | 88 | M | 0.183979 | - | 0.000464 |
| I.A$^{i.c.}_{56}$(0.5) | 0.188978941 | 0.074440792 | 70.752222692 | 104.113 | 92 | U | - | - | 1.328925 |
| I.A$^{i.c.}_{57}$(0.5) | 0.301160713 | 0.096524384 | 104.057605851 | 104.046 | 92 | M | 0.227070 | - | 0.027243 |
| I.A$^{i.c.}_{58}$(0.5) | 0.293839849 | 0.087808901 | 104.094148839 | 108.772 | 96 | M | 0.358632 | - | 0.005580 |
| I.A$^{i.c.}_{59}$(0.5) | 0.332394902 | 0.089262815 | 125.296373795 | 108.361 | 96 | U | - | - | 5.992480 |
| I.A$^{i.c.}_{60}$(0.5) | 0.130373920 | 0.011088048 | 64.893005380 | 109.158 | 96 | M | 0.366195 | - | 0.000663 |
| I.A$^{i.c.}_{61}$(0.5) | 0.338820329 | 0.053448658 | 130.432957623 | 113.548 | 100 | U | - | - | 2.044324 |
| I.A$^{i.c.}_{62}$(0.5) | 0.152831956 | 0.035712875 | 70.284089954 | 113.548 | 100 | M | 0.402698 | - | 0.000987 |
| I.A$^{i.c.}_{63}$(0.5) | 0.293186468 | 0.087103192 | 112.366536066 | 117.85 | 104 | M | 0.272449 | - | 0.026849 |
| I.A$^{i.c.}_{64}$(0.5) | 0.271255861 | 0.070289233 | 101.343710135 | 118.101 | 104 | U | - | - | 1.736439 |
| I.A$^{i.c.}_{65}$(0.5) | 0.322797142 | 0.092602593 | 129.677089318 | 117.455 | 104 | U | - | - | 1.837962 |
| I.A$^{i.c.}_{66}$(0.5) | 0.286286047 | 0.107951720 | 112.044996962 | 117.455 | 104 | U | - | - | 0.778450 |
| I.A$^{i.c.}_{67}$(0.5) | 0.307874398 | 0.099972210 | 121.796227174 | 117.455 | 104 | M | 0.333199 | - | 0.006106 |
| I.A$^{i.c.}_{68}$(0.5) | 0.213841083 | 0.054293840 | 83.847290765 | 118.112 | 104 | M | 0.407680 | - | 0.001088 |
| I.A$^{i.c.}_{69}$(0.5) | 0.267222978 | 0.018367313 | 96.943625675 | 118.196 | 104 | S | 0.138419 | 0.001372 | - |
| I.A$^{i.c.}_{70}$(0.5) | 0.276214102 | 0.100701257 | 110.753169403 | 122.21 | 108 | U | - | - | 1.579490 |
| I.A$^{i.c.}_{71}$(0.5) | 0.315146065 | 0.088177519 | 129.011101099 | 122.21 | 108 | U | - | - | 1.603063 |
| I.A$^{i.c.}_{72}$(0.5) | 0.281634703 | 0.116546088 | 115.546407454 | 121.753 | 108 | U | - | - | 4.830667 |
| I.A$^{i.c.}_{73}$(0.5) | 0.189731363 | 0.056979864 | 82.319442117 | 122.548 | 108 | U | - | - | 1.633266 |
| I.A$^{i.c.}_{74}$(0.5) | 0.236515603 | 0.078347986 | 94.449649128 | 122.548 | 108 | U | - | - | 1.634097 |
| I.A$^{i.c.}_{75}$(0.5) | 0.189230832 | 0.066263606 | 85.755768126 | 126.964 | 112 | M | 0.391618 | - | 0.005413 |
| I.A$^{i.c.}_{76}$(0.5) | 0.316747336 | 0.056440923 | 130.637639663 | 127.209 | 112 | U | - | - | 0.385479 |
| I.A$^{i.c.}_{77}$(0.5) | 0.306356617 | 0.098875850 | 130.068637870 | 126.543 | 112 | M | 0.461608 | - | 0.006360 |
| I.A$^{i.c.}_{78}$(0.5) | 0.268605833 | 0.029318686 | 105.271504990 | 127.286 | 112 | M | 0.225703 | - | 0.000623 |
| I.A$^{i.c.}_{79}$(0.5) | 0.311582867 | 0.102943986 | 138.765719643 | 130.849 | 116 | M | 0.433378 | - | 0.019036 |
| I.A$^{i.c.}_{80}$(0.5) | 0.192604915 | 0.073240283 | 89.894070183 | 131.356 | 116 | U | - | - | 0.325556 |
| I.A$^{i.c.}_{81}$(0.5) | 0.267879040 | 0.091026898 | 117.922513801 | 136.004 | 120 | U | - | - | 2.408972 |
| I.A$^{i.c.}_{82}$(0.5) | 0.276974563 | 0.107346626 | 124.485693812 | 135.627 | 120 | U | - | - | 3.403679 |
| I.A$^{i.c.}_{83}$(0.5) | 0.281780803 | 0.070743174 | 121.742895138 | 136.256 | 120 | M | 0.093800 | - | 0.001143 |
| I.A$^{i.c.}_{84}$(0.5) | 0.288733137 | 0.110322317 | 135.385088407 | 139.941 | 124 | M | 0.197918 | - | 0.000001 |
| I.A$^{i.c.}_{85}$(0.5) | 0.282008003 | 0.056801527 | 124.436285663 | 140.873 | 124 | U | - | - | 0.897669 |
| I.A$^{i.c.}_{86}$(0.5) | 0.163524180 | 0.041750620 | 88.988326927 | 140.761 | 124 | M | 0.465464 | - | 0.000673 |
| I.A$^{i.c.}_{87}$(0.5) | 0.216782135 | 0.042686012 | 100.097339558 | 140.885 | 124 | M | 0.272434 | - | 0.000308 |
| I.A$^{i.c.}_{88}$(0.5) | 0.311141762 | 0.093933068 | 151.050128105 | 144.714 | 128 | M | 0.208035 | - | 0.014798 |
| I.A$^{i.c.}_{89}$(0.5) | 0.282197460 | 0.071510941 | 130.165099868 | 145.334 | 128 | M | 0.280861 | - | 0.001356 |
| I.A$^{i.c.}_{90}$(0.5) | 0.227788454 | 0.064661665 | 107.908401473 | 145.349 | 128 | M | 0.142968 | - | 0.025579 |
| I.A$^{i.c.}_{91}$(0.5) | 0.270879583 | 0.040973761 | 121.947263720 | 145.46 | 128 | M | 0.044144 | - | 0.000459 |
| I.A$^{i.c.}_{92}$(0.5) | 0.274450310 | 0.097605904 | 133.947150658 | 149.452 | 132 | U | - | - | 1.689848 |
| I.A$^{i.c.}_{93}$(0.5) | 0.311490470 | 0.086493554 | 154.650214919 | 149.452 | 132 | U | - | - | 1.686860 |
| I.A$^{i.c.}_{94}$(0.5) | 0.179492277 | 0.060521905 | 101.606427516 | 154.197 | 136 | U | - | - | 0.567768 |
| I.A$^{i.c.}_{95}$(0.5) | 0.312847687 | 0.104202146 | 163.947366636 | 153.329 | 136 | M | 0.058349 | - | 0.011164 |
| I.A$^{i.c.}_{96}$(0.5) | 0.271825059 | 0.044788719 | 130.293178584 | 154.545 | 136 | M | 0.321862 | - | 0.000271 |
| I.A$^{i.c.}_{97}$(0.5) | 0.277300422 | 0.061242507 | 138.456898866 | 159.033 | 140 | M | 0.346011 | - | 0.000981 |
| I.A$^{i.c.}_{98}$(0.5) | 0.188220791 | 0.073737549 | 110.507075099 | 162.981 | 144 | U | - | - | 1.639648 |
| I.A$^{i.c.}_{99}$(0.5) | 0.282906144 | 0.072779125 | 147.022328643 | 163.488 | 144 | M | 0.031458 | - | 0.001363 |
| I.A$^{i.c.}_{100}$(0.5) | 0.217661616 | 0.028592795 | 115.835800570 | 163.643 | 144 | S | 0.084263 | 0.001088 | - |

Table S III. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1,0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$^{i.c.}_{101}$(0.5) | 0.324250616 | 0.063194998 | 180.179483595 | 167.981 | 148 | U | - | - | 1.153069 |
| I.A$^{i.c.}_{102}$(0.5) | 0.268443244 | 0.028269208 | 138.973491759 | 168.2 | 148 | M | 0.259797 | - | 0.000116 |
| I.A$^{i.c.}_{103}$(0.5) | 0.277861654 | 0.062577464 | 146.840299244 | 168.113 | 148 | M | 0.024625 | - | 0.000947 |
| I.A$^{i.c.}_{104}$(0.5) | 0.305141355 | 0.093193890 | 174.307140189 | 171.964 | 152 | U | - | - | 0.061643 |
| I.A$^{i.c.}_{105}$(0.5) | 0.162988565 | 0.052264067 | 109.466971819 | 172.377 | 152 | U | - | - | 0.282181 |
| I.A$^{i.c.}_{106}$(0.5) | 0.146253524 | 0.021729940 | 105.322817331 | 172.73 | 152 | U | - | - | 5.337612 |
| I.A$^{i.c.}_{107}$(0.5) | 0.290649390 | 0.084151253 | 161.953604840 | 172.315 | 152 | M | 0.035599 | - | 0.003117 |
| I.A$^{i.c.}_{108}$(0.5) | 0.330784511 | 0.028251015 | 186.898923827 | 172.762 | 152 | U | - | - | 0.516717 |
| I.A$^{i.c.}_{109}$(0.5) | 0.273433955 | 0.050440796 | 147.000139575 | 172.712 | 152 | M | 0.055591 | - | 0.001627 |
| I.A$^{i.c.}_{110}$(0.5) | 0.186466311 | 0.031446009 | 116.697311674 | 177.222 | 156 | U | - | - | 0.323371 |
| I.A$^{i.c.}_{111}$(0.5) | 0.305485759 | 0.098254976 | 180.304770949 | 176.296 | 156 | U | - | - | 0.746024 |
| I.A$^{i.c.}_{112}$(0.5) | 0.155698476 | 0.037540607 | 110.247538650 | 177.124 | 156 | U | - | - | 1.959930 |
| I.A$^{i.c.}_{113}$(0.5) | 0.269379398 | 0.033818585 | 147.306694774 | 177.288 | 156 | M | 0.104804 | - | 0.000385 |
| I.A$^{i.c.}_{114}$(0.5) | 0.175957343 | 0.058286920 | 118.524271832 | 181.429 | 160 | M | 0.426021 | - | 0.012704 |
| I.A$^{i.c.}_{115}$(0.5) | 0.306395605 | 0.066524152 | 179.379675144 | 181.667 | 160 | U | - | - | 0.677035 |
| I.A$^{i.c.}_{116}$(0.5) | 0.184479291 | 0.066418642 | 124.258570682 | 185.835 | 164 | U | - | - | 0.467688 |
| I.A$^{i.c.}_{117}$(0.5) | 0.278830575 | 0.064773787 | 163.618424126 | 186.271 | 164 | M | 0.232796 | - | 0.002639 |
| I.A$^{i.c.}_{118}$(0.5) | 0.318120295 | 0.026210890 | 189.055259155 | 186.385 | 164 | M | 0.182467 | - | 0.001142 |
| I.A$^{i.c.}_{119}$(0.5) | 0.276036669 | 0.100110609 | 172.040478673 | 190.126 | 168 | U | - | - | 2.354435 |
| I.A$^{i.c.}_{120}$(0.5) | 0.290104532 | 0.083474890 | 178.463951492 | 190.469 | 168 | M | 0.284383 | - | 0.003220 |
| I.A$^{i.c.}_{121}$(0.5) | 0.271003969 | 0.041500560 | 163.987041706 | 195.461 | 172 | M | 0.164569 | - | 0.001024 |
| I.A$^{i.c.}_{122}$(0.5) | 0.279252215 | 0.065689852 | 172.012762634 | 195.35 | 172 | M | 0.139080 | - | 0.001598 |
| I.A$^{i.c.}_{123}$(0.5) | 0.279702297 | 0.085646269 | 179.744225462 | 199.546 | 176 | M | 0.202491 | - | 0.008351 |
| I.A$^{i.c.}_{124}$(0.5) | 0.189749102 | 0.046497276 | 133.393048381 | 199.814 | 176 | U | - | - | 4.077355 |
| I.A$^{i.c.}_{125}$(0.5) | 0.295561729 | 0.081545030 | 190.900296459 | 199.546 | 176 | U | - | - | 0.833722 |
| I.A$^{i.c.}_{126}$(0.5) | 0.299114691 | 0.092888069 | 196.399738985 | 199.208 | 176 | M | 0.036608 | - | 0.008587 |
| I.A$^{i.c.}_{127}$(0.5) | 0.275324651 | 0.056118112 | 172.090298328 | 199.958 | 176 | M | 0.159995 | - | 0.001111 |
| I.A$^{i.c.}_{128}$(0.5) | 0.160892839 | 0.042356649 | 128.610239154 | 204.338 | 180 | U | - | - | 1.883558 |
| I.A$^{i.c.}_{129}$(0.5) | 0.285847309 | 0.112301971 | 194.738095237 | 203.092 | 180 | U | - | - | 0.470836 |
| I.A$^{i.c.}_{130}$(0.5) | 0.163225434 | 0.037283148 | 128.860118600 | 204.338 | 180 | U | - | - | 1.636803 |
| I.A$^{i.c.}_{131}$(0.5) | 0.220392003 | 0.072067754 | 149.514736622 | 204.249 | 180 | M | 0.137511 | - | 0.002103 |
| I.A$^{i.c.}_{132}$(0.5) | 0.174731396 | 0.057275053 | 135.893449525 | 208.659 | 184 | U | - | - | 1.280797 |
| I.A$^{i.c.}_{133}$(0.5) | 0.284188350 | 0.074960778 | 189.222583606 | 208.874 | 184 | M | 0.085400 | - | 0.002305 |
| I.A$^{i.c.}_{134}$(0.5) | 0.279995977 | 0.067251543 | 188.811207969 | 213.506 | 188 | M | 0.116131 | - | 0.001971 |
| I.A$^{i.c.}_{135}$(0.5) | 0.147796002 | 0.033155945 | 130.940761244 | 213.493 | 188 | M | 0.260308 | - | 0.004079 |
| I.A$^{i.c.}_{136}$(0.5) | 0.284386168 | 0.075285166 | 197.669286334 | 217.951 | 192 | M | 0.292270 | - | 0.002422 |
| I.A$^{i.c.}_{137}$(0.5) | 0.216624872 | 0.043826553 | 155.013462595 | 218.138 | 192 | S | 0.043715 | 0.001179 | - |
| I.A$^{i.c.}_{138}$(0.5) | 0.214190382 | 0.053486483 | 158.085653663 | 222.606 | 196 | M | 0.092726 | - | 0.001462 |
| I.A$^{i.c.}_{139}$(0.5) | 0.255085665 | 0.078034291 | 185.503712781 | 227.045 | 200 | U | - | - | 5.832265 |
| I.A$^{i.c.}_{140}$(0.5) | 0.202758633 | 0.054797641 | 156.893368029 | 227.054 | 200 | M | 0.061897 | - | 0.001332 |
| I.A$^{i.c.}_{141}$(0.5) | 0.273523892 | 0.050731857 | 197.393176530 | 231.797 | 204 | M | 0.302028 | - | 0.000983 |
| I.A$^{i.c.}_{142}$(0.5) | 0.217423760 | 0.035428197 | 170.862540498 | 240.899 | 212 | M | 0.281111 | - | 0.001256 |
| I.A$^{i.c.}_{143}$(0.5) | 0.170286314 | 0.054246302 | 163.728237054 | 254.054 | 224 | U | - | - | 1.345934 |
| I.A$^{i.c.}_{144}$(0.5) | 0.211429634 | 0.063351983 | 183.704913240 | 258.716 | 228 | M | 0.394129 | - | 0.004792 |
| I.A$^{i.c.}_{145}$(0.5) | 0.204053163 | 0.030835402 | 183.643271488 | 268.146 | 236 | M | 0.002167 | - | 0.007757 |
| I.A$^{i.c.}_{146}$(0.5) | 0.212898109 | 0.056044044 | 196.451955524 | 277.08 | 244 | M | 0.021460 | - | 0.002292 |
| I.A$^{i.c.}_{147}$(0.5) | 0.191480418 | 0.016754225 | 198.884587832 | 300.002 | 264 | U | - | - | 0.200280 |

Table S IV. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$_{1}^{i.c.}$(0.5) | 0.237436515 | 0.253689635 | 8.558142279 | 7.262 | 6 | U | - | - | 0.937101 |
| I.B$_{2}^{i.c.}$(0.5) | 0.270770276 | 0.297461941 | 19.985829067 | 11.48 | 10 | U | - | - | 5.094838 |
| I.B$_{3}^{i.c.}$(0.5) | 0.180434186 | 0.077439047 | 10.576478199 | 15.808 | 14 | M | 0.465398 | - | 0.001147 |
| I.B$_{4}^{i.c.}$(0.5) | 0.054852000 | 0.329153544 | 20.992705201 | 19.231 | 14 | U | - | - | 5.086945 |
| I.B$_{5}^{i.c.}$(0.5) | 0.281715995 | 0.309313809 | 31.129137458 | 15.374 | 14 | U | - | - | 6.471558 |
| I.B$_{6}^{i.c.}$(0.5) | 0.267938485 | 0.024696114 | 16.851104876 | 20.457 | 18 | M | 0.257260 | - | 0.000590 |
| I.B$_{7}^{i.c.}$(0.5) | 0.267422672 | 0.213928950 | 23.937216736 | 20.903 | 18 | U | - | - | 8.498800 |
| I.B$_{8}^{i.c.}$(0.5) | 0.287843009 | 0.315147798 | 42.277856769 | 19.118 | 18 | U | - | - | 7.387790 |
| I.B$_{9}^{i.c.}$(0.5) | 0.303096319 | 0.096659978 | 25.103632062 | 24.876 | 22 | U | - | - | 0.055698 |
| I.B$_{10}^{i.c.}$(0.5) | 0.109985249 | 0.030844854 | 14.524156300 | 24.961 | 22 | U | - | - | 4.162234 |
| I.B$_{11}^{i.c.}$(0.5) | 0.229129449 | 0.211982818 | 24.743742371 | 25.221 | 22 | U | - | - | 4.326384 |
| I.B$_{12}^{i.c.}$(0.5) | 0.369264917 | 0.041769415 | 34.277185932 | 24.965 | 22 | U | - | - | 2.385870 |
| I.B$_{13}^{i.c.}$(0.5) | 0.273787158 | 0.051570644 | 25.196581136 | 29.542 | 26 | M | 0.376774 | - | 0.000117 |
| I.B$_{14}^{i.c.}$(0.5) | 0.298814024 | 0.092628192 | 33.422715440 | 33.958 | 30 | S | 0.118245 | 0.000424 | - |
| I.B$_{15}^{i.c.}$(0.5) | 0.278842689 | 0.060182824 | 33.794431334 | 38.623 | 34 | U | - | - | 0.084114 |
| I.B$_{16}^{i.c.}$(0.5) | 0.279083258 | 0.227623075 | 50.619212724 | 39.773 | 34 | U | - | - | 0.948069 |
| I.B$_{17}^{i.c.}$(0.5) | 0.216307251 | 0.045782432 | 27.455070743 | 38.627 | 34 | M | 0.385559 | - | 0.005634 |
| I.B$_{18}^{i.c.}$(0.5) | 0.263191820 | 0.097102251 | 36.974281450 | 43.036 | 38 | U | - | - | 4.817695 |
| I.B$_{19}^{i.c.}$(0.5) | 0.194056509 | 0.071692395 | 29.522075329 | 43.054 | 38 | M | 0.465648 | - | 0.008080 |
| I.B$_{20}^{i.c.}$(0.5) | 0.279046022 | 0.065244748 | 41.953792783 | 47.703 | 42 | M | 0.363274 | - | 0.001058 |
| I.B$_{21}^{i.c.}$(0.5) | 0.116623451 | 0.006247307 | 27.890890472 | 47.784 | 42 | U | - | - | 2.820035 |
| I.B$_{22}^{i.c.}$(0.5) | 0.294192239 | 0.088201531 | 49.975682742 | 52.116 | 46 | M | 0.162571 | - | 0.000806 |
| I.B$_{23}^{i.c.}$(0.5) | 0.148262065 | 0.046916141 | 32.208214971 | 52.162 | 46 | U | - | - | 1.456887 |
| I.B$_{24}^{i.c.}$(0.5) | 0.338335093 | 0.063382010 | 60.334997864 | 52.165 | 46 | U | - | - | 3.424319 |
| I.B$_{25}^{i.c.}$(0.5) | 0.308698601 | 0.100576051 | 58.826042252 | 56.455 | 50 | M | 0.124521 | - | 0.001948 |
| I.B$_{26}^{i.c.}$(0.5) | 0.280482050 | 0.068236791 | 50.354524104 | 56.781 | 50 | M | 0.264178 | - | 0.001752 |
| I.B$_{27}^{i.c.}$(0.5) | 0.292895720 | 0.086780639 | 58.251245035 | 61.194 | 54 | M | 0.206294 | - | 0.000922 |
| I.B$_{28}^{i.c.}$(0.5) | 0.312180136 | 0.095494088 | 68.913578441 | 65.543 | 58 | U | - | - | 1.081482 |
| I.B$_{29}^{i.c.}$(0.5) | 0.281553000 | 0.070316941 | 58.766701916 | 65.859 | 58 | M | 0.109520 | - | 0.017261 |
| I.B$_{30}^{i.c.}$(0.5) | 0.270246206 | 0.072037771 | 56.400326478 | 65.859 | 58 | U | - | - | 1.198180 |
| I.B$_{31}^{i.c.}$(0.5) | 0.213198720 | 0.055552217 | 46.719526203 | 65.865 | 58 | S | 0.064420 | 0.000949 | - |
| I.B$_{32}^{i.c.}$(0.5) | 0.183256523 | 0.062759513 | 46.752106651 | 70.29 | 62 | M | 0.445514 | - | 0.001522 |
| I.B$_{33}^{i.c.}$(0.5) | 0.291908265 | 0.085656391 | 66.519534348 | 70.272 | 62 | M | 0.422144 | - | 0.002704 |
| I.B$_{34}^{i.c.}$(0.5) | 0.270363159 | 0.038690479 | 58.888039327 | 70.458 | 62 | M | 0.136541 | - | 0.000374 |
| I.B$_{35}^{i.c.}$(0.5) | 0.185938076 | 0.073137423 | 50.360176374 | 74.679 | 66 | U | - | - | 0.995394 |
| I.B$_{36}^{i.c.}$(0.5) | 0.248909415 | 0.099289595 | 61.265396972 | 74.663 | 66 | U | - | - | 1.836712 |
| I.B$_{37}^{i.c.}$(0.5) | 0.282388869 | 0.071858078 | 67.188934836 | 74.936 | 66 | M | 0.484177 | - | 0.000339 |
| I.B$_{38}^{i.c.}$(0.5) | 0.161548592 | 0.027774818 | 46.982374156 | 74.98 | 66 | U | - | - | 1.375958 |
| I.B$_{39}^{i.c.}$(0.5) | 0.291130922 | 0.084738494 | 74.782286136 | 79.349 | 70 | M | 0.048757 | - | 0.012477 |
| I.B$_{40}^{i.c.}$(0.5) | 0.177109845 | 0.078488723 | 52.573402010 | 79.04 | 70 | U | - | - | 1.856971 |
| I.B$_{41}^{i.c.}$(0.5) | 0.183856501 | 0.075289979 | 53.162911359 | 79.04 | 70 | U | - | - | 5.984982 |
| I.B$_{42}^{i.c.}$(0.5) | 0.214348681 | 0.091826686 | 58.073845014 | 79.038 | 70 | U | - | - | 5.676355 |
| I.B$_{43}^{i.c.}$(0.5) | 0.324786286 | 0.069589717 | 85.958812302 | 79.387 | 70 | U | - | - | 4.815670 |
| I.B$_{44}^{i.c.}$(0.5) | 0.161045982 | 0.051637532 | 50.217989615 | 79.382 | 70 | U | - | - | 0.310698 |
| I.B$_{45}^{i.c.}$(0.5) | 0.272260134 | 0.046407781 | 67.234176953 | 79.543 | 70 | M | 0.497457 | - | 0.000463 |
| I.B$_{46}^{i.c.}$(0.5) | 0.319249861 | 0.087957543 | 90.159480934 | 83.709 | 74 | U | - | - | 4.162761 |
| I.B$_{47}^{i.c.}$(0.5) | 0.283062077 | 0.073051824 | 75.619547461 | 84.014 | 74 | M | 0.140321 | - | 0.016560 |
| I.B$_{48}^{i.c.}$(0.5) | 0.290503583 | 0.083971730 | 83.040956191 | 88.427 | 78 | M | 0.326003 | - | 0.003295 |
| I.B$_{49}^{i.c.}$(0.5) | 0.300258557 | 0.105979557 | 88.955308572 | 88.032 | 78 | U | - | - | 0.329695 |
| I.B$_{50}^{i.c.}$(0.5) | 0.217481608 | 0.034296621 | 62.845353896 | 88.634 | 78 | S | 0.391253 | 0.000392 | - |

Table S V. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i\nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$^{i.c.}_{51}$(0.5) | 0.291396480 | 0.047966899 | 80.759290582 | 88.627 | 78 | U | - | - | 1.093209 |
| I.B$^{i.c.}_{52}$(0.5) | 0.296064743 | 0.095135233 | 90.546569120 | 92.793 | 82 | U | - | - | 0.054809 |
| I.B$^{i.c.}_{53}$(0.5) | 0.283617035 | 0.074006415 | 84.056963209 | 93.091 | 82 | M | 0.235953 | - | 0.019164 |
| I.B$^{i.c.}_{54}$(0.5) | 0.267992831 | 0.076327681 | 79.411378601 | 93.09 | 82 | U | - | - | 2.566667 |
| I.B$^{i.c.}_{55}$(0.5) | 0.289983105 | 0.083321857 | 91.295284690 | 97.504 | 86 | M | 0.298131 | - | 0.003445 |
| I.B$^{i.c.}_{56}$(0.5) | 0.308035572 | 0.100089765 | 100.806555891 | 97.122 | 86 | M | 0.179428 | - | 0.004517 |
| I.B$^{i.c.}_{57}$(0.5) | 0.175150880 | 0.057696600 | 63.583142130 | 97.522 | 86 | U | - | - | 0.426093 |
| I.B$^{i.c.}_{58}$(0.5) | 0.234190844 | 0.083726065 | 75.058404195 | 97.525 | 86 | U | - | - | 4.256011 |
| I.B$^{i.c.}_{59}$(0.5) | 0.275044174 | 0.055329431 | 83.953180868 | 97.709 | 86 | M | 0.237820 | - | 0.001240 |
| I.B$^{i.c.}_{60}$(0.5) | 0.344285522 | 0.020236048 | 113.504929491 | 97.768 | 86 | U | - | - | 0.424834 |
| I.B$^{i.c.}_{61}$(0.5) | 0.313878571 | 0.105419956 | 109.211279443 | 101.417 | 90 | U | - | - | 1.576353 |
| I.B$^{i.c.}_{62}$(0.5) | 0.284083369 | 0.074787347 | 92.499917526 | 102.168 | 90 | M | 0.387055 | - | 0.004119 |
| I.B$^{i.c.}_{63}$(0.5) | 0.191830859 | 0.072616345 | 69.593326445 | 101.922 | 90 | M | 0.223235 | - | 0.001973 |
| I.B$^{i.c.}_{64}$(0.5) | 0.296740048 | 0.080711489 | 102.382108872 | 106.581 | 94 | U | - | - | 0.671005 |
| I.B$^{i.c.}_{65}$(0.5) | 0.167174067 | 0.053523398 | 68.272834488 | 106.607 | 94 | U | - | - | 0.097970 |
| I.B$^{i.c.}_{66}$(0.5) | 0.306213570 | 0.098773379 | 109.078974254 | 106.21 | 94 | M | 0.383365 | - | 0.007699 |
| I.B$^{i.c.}_{67}$(0.5) | 0.285234399 | 0.106371848 | 100.629491584 | 106.209 | 94 | U | - | - | 4.200212 |
| I.B$^{i.c.}_{68}$(0.5) | 0.316958631 | 0.072349112 | 111.335832638 | 106.613 | 94 | U | - | - | 5.952451 |
| I.B$^{i.c.}_{69}$(0.5) | 0.276098471 | 0.058210568 | 92.323507476 | 106.79 | 94 | M | 0.393158 | - | 0.000414 |
| I.B$^{i.c.}_{70}$(0.5) | 0.297743236 | 0.091664942 | 108.547008647 | 110.955 | 98 | M | 0.295148 | - | 0.003071 |
| I.B$^{i.c.}_{71}$(0.5) | 0.284479418 | 0.075436992 | 100.946570133 | 111.245 | 98 | M | 0.009388 | - | 0.006974 |
| I.B$^{i.c.}_{72}$(0.5) | 0.324984527 | 0.020286417 | 116.613850049 | 111.383 | 98 | M | 0.453103 | - | 0.000528 |
| I.B$^{i.c.}_{73}$(0.5) | 0.269468051 | 0.034291362 | 92.587678311 | 111.373 | 98 | M | 0.349194 | - | 0.000246 |
| I.B$^{i.c.}_{74}$(0.5) | 0.289174774 | 0.082282613 | 107.797485458 | 115.658 | 102 | M | 0.456298 | - | 0.001678 |
| I.B$^{i.c.}_{75}$(0.5) | 0.288530286 | 0.093376762 | 113.150864037 | 120.034 | 106 | U | - | - | 0.773703 |
| I.B$^{i.c.}_{76}$(0.5) | 0.266642661 | 0.078644044 | 102.389892879 | 120.321 | 106 | U | - | - | 4.022318 |
| I.B$^{i.c.}_{77}$(0.5) | 0.284818736 | 0.075983696 | 109.395359358 | 120.322 | 106 | M | 0.368908 | - | 0.000967 |
| I.B$^{i.c.}_{78}$(0.5) | 0.197713298 | 0.052505341 | 82.058601824 | 120.336 | 106 | M | 0.323307 | - | 0.000536 |
| I.B$^{i.c.}_{79}$(0.5) | 0.270778750 | 0.040540404 | 100.927427527 | 120.459 | 106 | M | 0.016074 | - | 0.013597 |
| I.B$^{i.c.}_{80}$(0.5) | 0.244940955 | 0.085072956 | 99.363270479 | 124.756 | 110 | U | - | - | 6.336045 |
| I.B$^{i.c.}_{81}$(0.5) | 0.177351011 | 0.024836073 | 80.608300291 | 124.987 | 110 | U | - | - | 0.408625 |
| I.B$^{i.c.}_{82}$(0.5) | 0.288857259 | 0.081864353 | 116.048006823 | 124.734 | 110 | M | 0.165357 | - | 0.002424 |
| I.B$^{i.c.}_{83}$(0.5) | 0.218151238 | 0.083324446 | 94.992065221 | 129.161 | 114 | U | - | - | 1.479568 |
| I.B$^{i.c.}_{84}$(0.5) | 0.290409259 | 0.108381536 | 125.009217794 | 128.699 | 114 | U | - | - | 3.161450 |
| I.B$^{i.c.}_{85}$(0.5) | 0.285110970 | 0.076447407 | 117.844699380 | 129.398 | 114 | M | 0.252217 | - | 0.000921 |
| I.B$^{i.c.}_{86}$(0.5) | 0.270355326 | 0.085179246 | 116.260524629 | 133.811 | 118 | M | 0.359023 | - | 0.040817 |
| I.B$^{i.c.}_{87}$(0.5) | 0.298522284 | 0.078734564 | 129.242955673 | 133.811 | 118 | U | - | - | 1.675076 |
| I.B$^{i.c.}_{88}$(0.5) | 0.313860001 | 0.090876366 | 140.535098064 | 133.464 | 118 | U | - | - | 2.795640 |
| I.B$^{i.c.}_{89}$(0.5) | 0.313521974 | 0.104983389 | 142.858453733 | 132.992 | 118 | M | 0.485855 | - | 0.009103 |
| I.B$^{i.c.}_{90}$(0.5) | 0.309861576 | 0.084430929 | 141.512318773 | 138.19 | 122 | U | - | - | 4.017513 |
| I.B$^{i.c.}_{91}$(0.5) | 0.285363375 | 0.076842723 | 126.293110476 | 138.475 | 122 | M | 0.127186 | - | 0.001116 |
| I.B$^{i.c.}_{92}$(0.5) | 0.217633517 | 0.029922862 | 98.175775995 | 138.64 | 122 | S | 0.184356 | 0.000882 | - |
| I.B$^{i.c.}_{93}$(0.5) | 0.288349873 | 0.081183502 | 132.554632723 | 142.888 | 126 | M | 0.406840 | - | 0.006889 |
| I.B$^{i.c.}_{94}$(0.5) | 0.174902249 | 0.076637844 | 94.059054264 | 142.271 | 126 | U | - | - | 5.440930 |
| I.B$^{i.c.}_{95}$(0.5) | 0.163651070 | 0.047458970 | 90.655877523 | 142.963 | 126 | U | - | - | 5.285304 |
| I.B$^{i.c.}_{96}$(0.5) | 0.215099528 | 0.050904147 | 101.711803235 | 143.121 | 126 | M | 0.300947 | - | 0.000835 |
| I.B$^{i.c.}_{97}$(0.5) | 0.282285153 | 0.092219146 | 135.126282180 | 147.271 | 130 | U | - | - | 0.493458 |
| I.B$^{i.c.}_{98}$(0.5) | 0.285581633 | 0.077180749 | 134.739279276 | 147.552 | 130 | M | 0.492940 | - | 0.001238 |
| I.B$^{i.c.}_{99}$(0.5) | 0.294732038 | 0.088761519 | 141.652191539 | 147.271 | 130 | M | 0.146045 | - | 0.004112 |
| I.B$^{i.c.}_{100}$(0.5) | 0.334433931 | 0.026302235 | 162.832432364 | 147.763 | 130 | U | - | - | 0.551493 |

Table S VI. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid 4000 × 4000 in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i\nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$^{i.c.}_{101}$(0.5) | 0.325820544 | 0.094898723 | 170.164846917 | 151.183 | 134 | U | - | - | 1.870497 |
| I.B$^{i.c.}_{102}$(0.5) | 0.288707181 | 0.111613343 | 146.552488327 | 151.183 | 134 | U | - | - | 2.610815 |
| I.B$^{i.c.}_{103}$(0.5) | 0.313603917 | 0.054694911 | 153.757800226 | 152.216 | 134 | U | - | - | 0.687349 |
| I.B$^{i.c.}_{104}$(0.5) | 0.288147568 | 0.080907792 | 140.812933428 | 151.965 | 134 | M | 0.026823 | - | 0.001250 |
| I.B$^{i.c.}_{105}$(0.5) | 0.269055651 | 0.032023103 | 126.288730849 | 152.287 | 134 | M | 0.165217 | - | 0.000157 |
| I.B$^{i.c.}_{106}$(0.5) | 0.285770364 | 0.077470240 | 143.182102074 | 156.629 | 138 | M | 0.112656 | - | 0.001176 |
| I.B$^{i.c.}_{107}$(0.5) | 0.284516971 | 0.097958268 | 149.952158636 | 160.71 | 142 | M | 0.030098 | - | 0.009715 |
| I.B$^{i.c.}_{108}$(0.5) | 0.336038714 | 0.040876630 | 180.776571489 | 161.357 | 142 | U | - | - | 2.027898 |
| I.B$^{i.c.}_{109}$(0.5) | 0.266781551 | 0.084559968 | 138.006547619 | 161.041 | 142 | U | - | - | 0.062956 |
| I.B$^{i.c.}_{110}$(0.5) | 0.270053688 | 0.037239573 | 134.625385841 | 161.374 | 142 | M | 0.469840 | - | 0.001000 |
| I.B$^{i.c.}_{111}$(0.5) | 0.162007471 | 0.056751158 | 105.170199756 | 165.454 | 146 | U | - | - | 5.787309 |
| I.B$^{i.c.}_{112}$(0.5) | 0.284600173 | 0.054219893 | 147.725434502 | 165.875 | 146 | U | - | - | 1.484484 |
| I.B$^{i.c.}_{113}$(0.5) | 0.293722518 | 0.087685481 | 158.208732404 | 165.427 | 146 | M | 0.119999 | - | 0.003982 |
| I.B$^{i.c.}_{114}$(0.5) | 0.275269521 | 0.055964417 | 142.711202956 | 165.875 | 146 | M | 0.147405 | - | 0.000732 |
| I.B$^{i.c.}_{115}$(0.5) | 0.217056835 | 0.040276881 | 117.805790866 | 165.889 | 146 | M | 0.386838 | - | 0.000783 |
| I.B$^{i.c.}_{116}$(0.5) | 0.325676595 | 0.091918928 | 189.627985546 | 169.365 | 150 | U | - | - | 3.048255 |
| I.B$^{i.c.}_{117}$(0.5) | 0.287823237 | 0.080460402 | 157.343719028 | 170.118 | 150 | M | 0.265627 | - | 0.001449 |
| I.B$^{i.c.}_{118}$(0.5) | 0.270950883 | 0.041276765 | 142.967139939 | 170.46 | 150 | M | 0.104358 | - | 0.000876 |
| I.B$^{i.c.}_{119}$(0.5) | 0.232540480 | 0.063410083 | 128.069248736 | 170.359 | 150 | M | 0.087452 | - | 0.001014 |
| I.B$^{i.c.}_{120}$(0.5) | 0.277792874 | 0.091158123 | 157.089606399 | 174.505 | 154 | U | - | - | 0.140334 |
| I.B$^{i.c.}_{121}$(0.5) | 0.188401103 | 0.061351926 | 120.403247731 | 179.229 | 158 | U | - | - | 4.923506 |
| I.B$^{i.c.}_{122}$(0.5) | 0.287694097 | 0.080280511 | 165.617141959 | 179.195 | 158 | M | 0.115430 | - | 0.001209 |
| I.B$^{i.c.}_{123}$(0.5) | 0.298147867 | 0.092036454 | 175.390547288 | 178.871 | 158 | M | 0.059330 | - | 0.006922 |
| I.B$^{i.c.}_{124}$(0.5) | 0.271760721 | 0.044543523 | 151.312852129 | 179.545 | 158 | M | 0.261649 | - | 0.000741 |
| I.B$^{i.c.}_{125}$(0.5) | 0.269490138 | 0.099027130 | 157.646132571 | 178.868 | 158 | U | - | - | 0.409837 |
| I.B$^{i.c.}_{126}$(0.5) | 0.278031190 | 0.079824017 | 163.442528809 | 183.859 | 162 | M | 0.318259 | - | 0.001558 |
| I.B$^{i.c.}_{127}$(0.5) | 0.153577457 | 0.049003697 | 114.553013065 | 183.703 | 162 | U | - | - | 3.957956 |
| I.B$^{i.c.}_{128}$(0.5) | 0.308455316 | 0.087537952 | 191.978844628 | 187.951 | 166 | U | - | - | 0.216776 |
| I.B$^{i.c.}_{129}$(0.5) | 0.281969312 | 0.095987334 | 173.101941786 | 187.951 | 166 | U | - | - | 0.377742 |
| I.B$^{i.c.}_{130}$(0.5) | 0.272498175 | 0.047263442 | 159.663712272 | 188.629 | 166 | M | 0.371844 | - | 0.000494 |
| I.B$^{i.c.}_{131}$(0.5) | 0.281227290 | 0.069696571 | 167.884551975 | 188.499 | 166 | M | 0.045481 | - | 0.001722 |
| I.B$^{i.c.}_{132}$(0.5) | 0.285140314 | 0.111455604 | 183.166124211 | 191.85 | 170 | U | - | - | 0.905403 |
| I.B$^{i.c.}_{133}$(0.5) | 0.292538437 | 0.086378288 | 183.024336644 | 192.661 | 170 | M | 0.010289 | - | 0.003915 |
| I.B$^{i.c.}_{134}$(0.5) | 0.194004178 | 0.044227375 | 132.996579716 | 197.594 | 174 | S | 0.156180 | 0.025146 | - |
| I.B$^{i.c.}_{135}$(0.5) | 0.287487940 | 0.079990984 | 182.181206495 | 197.349 | 174 | M | 0.121801 | - | 0.001036 |
| I.B$^{i.c.}_{136}$(0.5) | 0.274369881 | 0.090233626 | 179.022670184 | 201.738 | 178 | U | - | - | 0.459029 |
| I.B$^{i.c.}_{137}$(0.5) | 0.269100660 | 0.096955671 | 180.884902464 | 206.107 | 182 | U | - | - | 2.585747 |
| I.B$^{i.c.}_{138}$(0.5) | 0.187218534 | 0.040840043 | 136.838590960 | 206.678 | 182 | U | - | - | 1.276174 |
| I.B$^{i.c.}_{139}$(0.5) | 0.270887752 | 0.081321433 | 182.960596888 | 211.089 | 186 | U | - | - | 4.215489 |
| I.B$^{i.c.}_{140}$(0.5) | 0.263210474 | 0.083712139 | 182.162160644 | 215.501 | 190 | U | - | - | 5.108111 |
| I.B$^{i.c.}_{141}$(0.5) | 0.282131274 | 0.071390102 | 193.141625896 | 215.731 | 190 | M | 0.077580 | - | 0.001750 |
| I.B$^{i.c.}_{142}$(0.5) | 0.239460593 | 0.061482612 | 168.825816511 | 220.374 | 194 | S | 0.037800 | 0.015945 | - |
| I.B$^{i.c.}_{143}$(0.5) | 0.192459172 | 0.073354740 | 150.289050092 | 219.658 | 194 | U | - | - | 0.194952 |
| I.B$^{i.c.}_{144}$(0.5) | 0.212412991 | 0.056706458 | 159.283039161 | 224.832 | 198 | M | 0.366431 | - | 0.002216 |
| I.B$^{i.c.}_{145}$(0.5) | 0.271673300 | 0.044210836 | 193.351682288 | 229.546 | 202 | M | 0.141229 | - | 0.000503 |
| I.B$^{i.c.}_{146}$(0.5) | 0.178455810 | 0.059981843 | 156.507957980 | 238.104 | 210 | U | - | - | 0.437321 |
| I.B$^{i.c.}_{147}$(0.5) | 0.216848763 | 0.042157429 | 172.734233030 | 243.143 | 214 | M | 0.159088 | - | 0.000608 |
| I.B$^{i.c.}_{148}$(0.5) | 0.211622233 | 0.057432879 | 178.309881189 | 252.068 | 222 | M | 0.077532 | - | 0.002895 |
| I.B$^{i.c.}_{149}$(0.5) | 0.173450111 | 0.058451420 | 172.503748724 | 265.336 | 234 | U | - | - | 1.153109 |
| I.B$^{i.c.}_{150}$(0.5) | 0.177393761 | 0.058675902 | 173.881802602 | 265.336 | 234 | U | - | - | 1.688429 |
| I.B$^{i.c.}_{151}$(0.5) | 0.158993838 | 0.014783433 | 168.237667428 | 270.519 | 238 | U | - | - | 1.174358 |
| I.B$^{i.c.}_{152}$(0.5) | 0.173222017 | 0.030490763 | 193.647684896 | 302.17 | 266 | U | - | - | 0.569117 |

Table S VII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.A and II.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1,0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i\nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.A$_1^{i.c.}$(0.5) | 0.322542703 | 0.104872488 | 30.385843051 | 27.025 | 24 | U | - | - | 5.029256 |
| II.A$_2^{i.c.}$(0.5) | 0.213139448 | 0.253652345 | 41.002077421 | 38.035 | 32 | U | - | - | 4.819419 |
| II.A$_3^{i.c.}$(0.5) | 0.283199242 | 0.224267507 | 71.822795847 | 56.038 | 48 | U | - | - | 3.757448 |
| II.A$_4^{i.c.}$(0.5) | 0.289073749 | 0.118968027 | 57.613272775 | 58.603 | 52 | S | 0.051146 | 0.001027 | - |
| II.A$_5^{i.c.}$(0.5) | 0.116051961 | 0.037408064 | 37.311394421 | 63.514 | 56 | U | - | - | 5.369425 |
| II.A$_6^{i.c.}$(0.5) | 0.281414476 | 0.089437918 | 115.643969654 | 126.928 | 112 | M | 0.031883 | - | 0.006945 |
| II.A$_7^{i.c.}$(0.5) | 0.264797288 | 0.099983469 | 180.678152130 | 208.284 | 184 | U | - | - | 3.489677 |
| II.B$_1^{i.c.}$(0.5) | 0.252211837 | 0.238277756 | 63.780836269 | 54.281 | 46 | U | - | - | 3.947041 |
| II.B$_2^{i.c.}$(0.5) | 0.292112445 | 0.109936009 | 117.325851027 | 119.607 | 106 | U | - | - | 0.927830 |
| II.B$_3^{i.c.}$(0.5) | 0.184304765 | 0.073550418 | 111.033340075 | 165.168 | 146 | U | - | - | 4.472055 |
| II.B$_4^{i.c.}$(0.5) | 0.305119489 | 0.099683322 | 191.893381155 | 187.542 | 166 | M | 0.006189 | - | 0.010758 |

Table S VIII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1,0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i\nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$_1^{i.c.}$(0.5) | 0.205759977 | 0.291077255 | 16.448245269 | 13.225 | 10 | U | - | - | 2.509969 |
| II.C$_2^{i.c.}$(0.5) | 0.062175672 | 0.026190391 | 6.285413374 | 11.285 | 10 | U | - | - | 5.588042 |
| II.C$_3^{i.c.}$(0.5) | 0.065765839 | 0.112403435 | 8.061709621 | 13.572 | 12 | U | - | - | 4.624023 |
| II.C$_4^{i.c.}$(0.5) | 0.016974730 | 0.075213685 | 8.887778486 | 15.845 | 14 | U | - | - | 6.303729 |
| II.C$_5^{i.c.}$(0.5) | 0.225171166 | 0.344349646 | 32.899859070 | 17.385 | 14 | U | - | - | 4.935109 |
| II.C$_6^{i.c.}$(0.5) | 0.119473245 | 0.020761263 | 10.676479229 | 18.19 | 16 | U | - | - | 1.666612 |
| II.C$_7^{i.c.}$(0.5) | 0.055105036 | 0.369755712 | 28.584369358 | 20.5 | 16 | U | - | - | 3.734418 |
| II.C$_8^{i.c.}$(0.5) | 0.010874009 | 0.319220553 | 25.721216084 | 25.333 | 18 | U | - | - | 8.467794 |
| II.C$_9^{i.c.}$(0.5) | 0.344843560 | 0.069718854 | 24.621621172 | 20.364 | 18 | U | - | - | 2.187639 |
| II.C$_{10}^{i.c.}$(0.5) | 0.011724354 | 0.352528466 | 28.531095916 | 23.47 | 18 | U | - | - | 7.083045 |
| II.C$_{11}^{i.c.}$(0.5) | 0.178003924 | 0.200491951 | 16.529408691 | 20.135 | 18 | U | - | - | 7.442228 |
| II.C$_{12}^{i.c.}$(0.5) | 0.128229106 | 0.364937298 | 40.601524036 | 26.471 | 20 | U | - | - | 6.096496 |
| II.C$_{13}^{i.c.}$(0.5) | 0.323417313 | 0.247115688 | 44.454618877 | 24.471 | 22 | U | - | - | 6.317773 |
| II.C$_{14}^{i.c.}$(0.5) | 0.210467711 | 0.105715854 | 18.282098760 | 24.716 | 22 | U | - | - | 3.528100 |
| II.C$_{15}^{i.c.}$(0.5) | 0.198386599 | 0.122600400 | 19.788149318 | 26.93 | 24 | U | - | - | 4.196904 |
| II.C$_{16}^{i.c.}$(0.5) | 0.228793504 | 0.092329780 | 22.512605718 | 29.433 | 26 | U | - | - | 2.106541 |
| II.C$_{17}^{i.c.}$(0.5) | 0.091381147 | 0.009349396 | 16.808680818 | 29.586 | 26 | U | - | - | 5.555413 |
| II.C$_{18}^{i.c.}$(0.5) | 0.238374718 | 0.244715555 | 35.073313725 | 30.771 | 26 | U | - | - | 1.485062 |
| II.C$_{19}^{i.c.}$(0.5) | 0.099225692 | 0.026968648 | 18.225717213 | 31.728 | 28 | U | - | - | 5.448387 |
| II.C$_{20}^{i.c.}$(0.5) | 0.334599141 | 0.056511892 | 35.775367696 | 31.788 | 28 | U | - | - | 0.897687 |
| II.C$_{21}^{i.c.}$(0.5) | 0.149045296 | 0.053109764 | 21.078604866 | 33.979 | 30 | U | - | - | 2.300844 |
| II.C$_{22}^{i.c.}$(0.5) | 0.226313267 | 0.099295999 | 25.875090433 | 33.785 | 30 | U | - | - | 3.452480 |
| II.C$_{23}^{i.c.}$(0.5) | 0.182253137 | 0.100577998 | 22.957413891 | 33.376 | 30 | U | - | - | 3.035592 |
| II.C$_{24}^{i.c.}$(0.5) | 0.313093909 | 0.087291785 | 35.448719280 | 33.958 | 30 | U | - | - | 0.407111 |
| II.C$_{25}^{i.c.}$(0.5) | 0.237940760 | 0.252268522 | 44.636955190 | 38.031 | 32 | U | - | - | 5.436917 |
| II.C$_{26}^{i.c.}$(0.5) | 0.123095134 | 0.049674017 | 21.546211901 | 36.147 | 32 | U | - | - | 6.037154 |
| II.C$_{27}^{i.c.}$(0.5) | 0.132623092 | 0.094539732 | 24.001109010 | 38.376 | 34 | U | - | - | 6.554206 |
| II.C$_{28}^{i.c.}$(0.5) | 0.144041697 | 0.107221155 | 24.775596138 | 38.378 | 34 | U | - | - | 4.784228 |
| II.C$_{29}^{i.c.}$(0.5) | 0.144447027 | 0.069329883 | 25.208373925 | 40.495 | 36 | U | - | - | 5.212456 |
| II.C$_{30}^{i.c.}$(0.5) | 0.319641810 | 0.104042469 | 47.353907284 | 42.814 | 38 | U | - | - | 1.869507 |

Table S IX. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$_{31}^{i.c.}$(0.5) | 0.098797559 | 0.096834058 | 25.811485748 | 42.954 | 38 | U | - | - | 6.751587 |
| II.C$_{32}^{i.c.}$(0.5) | 0.243251128 | 0.091619518 | 34.361733727 | 43.051 | 38 | U | - | - | 2.301145 |
| II.C$_{33}^{i.c.}$(0.5) | 0.338280141 | 0.035100961 | 48.808419584 | 43.188 | 38 | U | - | - | 0.424189 |
| II.C$_{34}^{i.c.}$(0.5) | 0.085297276 | 0.025581134 | 24.117429000 | 42.561 | 38 | U | - | - | 7.566028 |
| II.C$_{35}^{i.c.}$(0.5) | 0.322053877 | 0.064662147 | 48.227021940 | 45.398 | 40 | U | - | - | 0.721141 |
| II.C$_{36}^{i.c.}$(0.5) | 0.271870908 | 0.094617447 | 42.058144090 | 47.577 | 42 | U | - | - | 0.582660 |
| II.C$_{37}^{i.c.}$(0.5) | 0.318308081 | 0.076424384 | 50.269638448 | 47.594 | 42 | U | - | - | 2.363578 |
| II.C$_{38}^{i.c.}$(0.5) | 0.171005328 | 0.075343752 | 31.079803944 | 47.424 | 42 | U | - | - | 2.876130 |
| II.C$_{39}^{i.c.}$(0.5) | 0.293487795 | 0.221245730 | 65.167085194 | 48.795 | 42 | U | - | - | 8.837215 |
| II.C$_{40}^{i.c.}$(0.5) | 0.142828811 | 0.055322471 | 30.612154536 | 49.772 | 44 | U | - | - | 4.128174 |
| II.C$_{41}^{i.c.}$(0.5) | 0.263521341 | 0.106923958 | 43.380965441 | 49.749 | 44 | U | - | - | 4.491789 |
| II.C$_{42}^{i.c.}$(0.5) | 0.193755115 | 0.058864717 | 36.960550829 | 54.466 | 48 | U | - | - | 0.376299 |
| II.C$_{43}^{i.c.}$(0.5) | 0.250176566 | 0.089907416 | 46.152023447 | 56.667 | 50 | U | - | - | 2.426514 |
| II.C$_{44}^{i.c.}$(0.5) | 0.081997979 | 0.340513596 | 79.184936488 | 66.109 | 50 | U | - | - | 8.848229 |
| II.C$_{45}^{i.c.}$(0.5) | 0.142103195 | 0.100096322 | 36.075141882 | 56.519 | 50 | U | - | - | 5.397030 |
| II.C$_{46}^{i.c.}$(0.5) | 0.176922929 | 0.031721052 | 36.679672079 | 56.798 | 50 | U | - | - | 0.408707 |
| II.C$_{47}^{i.c.}$(0.5) | 0.223196587 | 0.091718907 | 44.289352492 | 58.865 | 52 | U | - | - | 3.432362 |
| II.C$_{48}^{i.c.}$(0.5) | 0.314984229 | 0.068732748 | 60.797896939 | 59.011 | 52 | U | - | - | 1.158683 |
| II.C$_{49}^{i.c.}$(0.5) | 0.161594296 | 0.117967443 | 40.984194239 | 60.738 | 54 | U | - | - | 6.435924 |
| II.C$_{50}^{i.c.}$(0.5) | 0.281093204 | 0.229650550 | 82.020663844 | 63.285 | 54 | U | - | - | 3.324020 |
| II.C$_{51}^{i.c.}$(0.5) | 0.173541611 | 0.068882638 | 39.999485893 | 61.055 | 54 | U | - | - | 5.863394 |
| II.C$_{52}^{i.c.}$(0.5) | 0.103554702 | 0.042268502 | 35.076240295 | 60.451 | 54 | U | - | - | 8.748586 |
| II.C$_{53}^{i.c.}$(0.5) | 0.269003354 | 0.091998327 | 53.342250498 | 61.194 | 54 | U | - | - | 0.960115 |
| II.C$_{54}^{i.c.}$(0.5) | 0.117339776 | 0.010937700 | 38.559003474 | 65.976 | 58 | U | - | - | 4.389318 |
| II.C$_{55}^{i.c.}$(0.5) | 0.131505646 | 0.052680776 | 39.593414642 | 65.562 | 58 | U | - | - | 6.256829 |
| II.C$_{56}^{i.c.}$(0.5) | 0.261337849 | 0.110308610 | 56.987407432 | 65.537 | 58 | U | - | - | 8.990651 |
| II.C$_{57}^{i.c.}$(0.5) | 0.328165835 | 0.036389172 | 73.073549209 | 68.188 | 60 | U | - | - | 0.069214 |
| II.C$_{58}^{i.c.}$(0.5) | 0.139543615 | 0.026597349 | 41.187063998 | 68.161 | 60 | U | - | - | 1.811875 |
| II.C$_{59}^{i.c.}$(0.5) | 0.187890082 | 0.056173949 | 45.526517150 | 68.082 | 60 | U | - | - | 1.194175 |
| II.C$_{60}^{i.c.}$(0.5) | 0.263573412 | 0.108172529 | 61.235405306 | 70.083 | 62 | U | - | - | 4.707811 |
| II.C$_{61}^{i.c.}$(0.5) | 0.254023270 | 0.088318152 | 57.866916162 | 70.283 | 62 | U | - | - | 2.615078 |
| II.C$_{62}^{i.c.}$(0.5) | 0.182149709 | 0.038110680 | 46.069563180 | 70.412 | 62 | U | - | - | 0.467358 |
| II.C$_{63}^{i.c.}$(0.5) | 0.281101387 | 0.111899705 | 67.889438490 | 72.243 | 64 | U | - | - | 3.393181 |
| II.C$_{64}^{i.c.}$(0.5) | 0.266923215 | 0.090202579 | 64.573027818 | 74.81 | 66 | U | - | - | 1.483207 |
| II.C$_{65}^{i.c.}$(0.5) | 0.179210219 | 0.138912777 | 53.878778156 | 74.66 | 66 | U | - | - | 6.058656 |
| II.C$_{66}^{i.c.}$(0.5) | 0.308550167 | 0.076838680 | 75.449752156 | 74.824 | 66 | U | - | - | 2.931756 |
| II.C$_{67}^{i.c.}$(0.5) | 0.156446674 | 0.057045074 | 48.483990339 | 77.011 | 68 | U | - | - | 3.336588 |
| II.C$_{68}^{i.c.}$(0.5) | 0.237444205 | 0.069819486 | 60.941911738 | 79.483 | 70 | M | 0.184569 | - | 0.000396 |
| II.C$_{69}^{i.c.}$(0.5) | 0.149536487 | 0.033928473 | 50.300599014 | 81.76 | 72 | U | - | - | 1.283125 |
| II.C$_{70}^{i.c.}$(0.5) | 0.315148249 | 0.049478171 | 82.898763998 | 81.803 | 72 | U | - | - | 0.130600 |
| II.C$_{71}^{i.c.}$(0.5) | 0.341414902 | 0.055496042 | 95.475293599 | 81.76 | 72 | U | - | - | 1.329992 |
| II.C$_{72}^{i.c.}$(0.5) | 0.186342744 | 0.055529522 | 54.427637936 | 81.697 | 72 | U | - | - | 1.936916 |
| II.C$_{73}^{i.c.}$(0.5) | 0.328584251 | 0.093684371 | 95.184117780 | 83.484 | 74 | U | - | - | 4.909590 |
| II.C$_{74}^{i.c.}$(0.5) | 0.256298111 | 0.086985626 | 69.501151843 | 83.898 | 74 | U | - | - | 2.912476 |
| II.C$_{75}^{i.c.}$(0.5) | 0.132209391 | 0.021157145 | 51.554238214 | 86.35 | 76 | U | - | - | 2.083055 |
| II.C$_{76}^{i.c.}$(0.5) | 0.318575928 | 0.092873771 | 92.829462001 | 85.876 | 76 | U | - | - | 2.862848 |
| II.C$_{77}^{i.c.}$(0.5) | 0.322627907 | 0.103603607 | 96.112254918 | 85.628 | 76 | U | - | - | 2.312520 |
| II.C$_{78}^{i.c.}$(0.5) | 0.120692909 | 0.042194848 | 50.942898367 | 86.044 | 76 | U | - | - | 6.055669 |
| II.C$_{79}^{i.c.}$(0.5) | 0.276381997 | 0.101312618 | 80.100136727 | 88.252 | 78 | U | - | - | 1.228864 |
| II.C$_{80}^{i.c.}$(0.5) | 0.265406073 | 0.088867728 | 75.785569856 | 88.426 | 78 | U | - | - | 2.122959 |
| II.C$_{81}^{i.c.}$(0.5) | 0.305795152 | 0.076670936 | 88.035141817 | 88.439 | 78 | U | - | - | 3.385258 |
| II.C$_{82}^{i.c.}$(0.5) | 0.282346504 | 0.116680411 | 85.849730339 | 90.177 | 80 | U | - | - | 4.029096 |
| II.C$_{83}^{i.c.}$(0.5) | 0.263880262 | 0.096180288 | 77.947678815 | 90.613 | 80 | U | - | - | 4.177239 |
| II.C$_{84}^{i.c.}$(0.5) | 0.158181179 | 0.111468942 | 61.701385408 | 92.806 | 82 | U | - | - | 4.736264 |
| II.C$_{85}^{i.c.}$(0.5) | 0.247577829 | 0.074641932 | 73.974577436 | 93.099 | 82 | U | - | - | 1.294296 |

Table S X. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$_{86}^{i.c.}$(0.5) | 0.151694912 | 0.024476973 | 57.348125542 | 93.166 | 82 | U | - | - | 0.681582 |
| II.C$_{87}^{i.c.}$(0.5) | 0.322049509 | 0.037466654 | 96.885069652 | 93.189 | 82 | M | 0.002499 | - | 0.027047 |
| II.C$_{88}^{i.c.}$(0.5) | 0.185802290 | 0.055303408 | 63.416052890 | 95.312 | 84 | U | - | - | 2.691242 |
| II.C$_{89}^{i.c.}$(0.5) | 0.265577679 | 0.101084977 | 84.798466037 | 97.331 | 86 | U | - | - | 1.410662 |
| II.C$_{90}^{i.c.}$(0.5) | 0.320780045 | 0.093859998 | 106.320889140 | 97.122 | 86 | U | - | - | 0.558685 |
| II.C$_{91}^{i.c.}$(0.5) | 0.183488062 | 0.053758234 | 66.050589669 | 99.853 | 88 | U | - | - | 3.450420 |
| II.C$_{92}^{i.c.}$(0.5) | 0.301807028 | 0.079546203 | 100.094386548 | 102.041 | 90 | U | - | - | 2.826847 |
| II.C$_{93}^{i.c.}$(0.5) | 0.303840113 | 0.076456362 | 100.664578632 | 102.054 | 90 | U | - | - | 3.939605 |
| II.C$_{94}^{i.c.}$(0.5) | 0.305232251 | 0.110283742 | 105.609584991 | 101.417 | 90 | U | - | - | 1.368695 |
| II.C$_{95}^{i.c.}$(0.5) | 0.356642142 | 0.040133657 | 132.002854519 | 104.539 | 92 | U | - | - | 4.255702 |
| II.C$_{96}^{i.c.}$(0.5) | 0.265765574 | 0.105670043 | 91.299586727 | 104.043 | 92 | U | - | - | 3.368377 |
| II.C$_{97}^{i.c.}$(0.5) | 0.144640351 | 0.046302493 | 64.026871553 | 104.324 | 92 | U | - | - | 4.483787 |
| II.C$_{98}^{i.c.}$(0.5) | 0.125782521 | 0.027017178 | 61.960286150 | 104.54 | 92 | U | - | - | 3.716101 |
| II.C$_{99}^{i.c.}$(0.5) | 0.263626354 | 0.094392579 | 89.374053082 | 104.231 | 92 | U | - | - | 4.852401 |
| II.C$_{100}^{i.c.}$(0.5) | 0.318949000 | 0.068496331 | 109.645197655 | 104.408 | 92 | M | 0.463960 | - | 0.000002 |
| II.C$_{101}^{i.c.}$(0.5) | 0.242520394 | 0.065764036 | 81.076627609 | 104.493 | 92 | U | - | - | 0.420466 |
| II.C$_{102}^{i.c.}$(0.5) | 0.286528277 | 0.026062616 | 94.379407887 | 106.829 | 94 | M | 0.001658 | - | 0.000401 |
| II.C$_{103}^{i.c.}$(0.5) | 0.329457395 | 0.056709370 | 119.341118685 | 108.973 | 96 | U | - | - | 1.180268 |
| II.C$_{104}^{i.c.}$(0.5) | 0.330029330 | 0.059532359 | 120.014973880 | 108.973 | 96 | U | - | - | 0.611164 |
| II.C$_{105}^{i.c.}$(0.5) | 0.188757628 | 0.037772976 | 72.329897821 | 109.035 | 96 | U | - | - | 0.245258 |
| II.C$_{106}^{i.c.}$(0.5) | 0.166586448 | 0.039786671 | 69.217242243 | 108.973 | 96 | U | - | - | 1.083075 |
| II.C$_{107}^{i.c.}$(0.5) | 0.328957555 | 0.066881066 | 122.657766187 | 111.174 | 98 | U | - | - | 4.813478 |
| II.C$_{108}^{i.c.}$(0.5) | 0.274967199 | 0.111652132 | 103.512511107 | 112.909 | 100 | U | - | - | 4.663622 |
| II.C$_{109}^{i.c.}$(0.5) | 0.225217143 | 0.083131412 | 84.964125458 | 113.344 | 100 | U | - | - | 3.227135 |
| II.C$_{110}^{i.c.}$(0.5) | 0.303513269 | 0.074255096 | 111.483238774 | 113.467 | 100 | U | - | - | 4.242375 |
| II.C$_{111}^{i.c.}$(0.5) | 0.299538416 | 0.085517466 | 110.838317225 | 113.311 | 100 | M | 0.003680 | - | 0.000111 |
| II.C$_{112}^{i.c.}$(0.5) | 0.263420592 | 0.087009158 | 98.207223737 | 115.656 | 102 | U | - | - | 3.555218 |
| II.C$_{113}^{i.c.}$(0.5) | 0.302453819 | 0.076257740 | 113.359645920 | 115.668 | 102 | U | - | - | 4.585226 |
| II.C$_{114}^{i.c.}$(0.5) | 0.311047858 | 0.086256119 | 119.221294765 | 115.494 | 102 | U | - | - | 1.303684 |
| II.C$_{115}^{i.c.}$(0.5) | 0.352638924 | 0.042814446 | 145.812582216 | 118.133 | 104 | U | - | - | 3.205454 |
| II.C$_{116}^{i.c.}$(0.5) | 0.191859717 | 0.073631543 | 80.464758265 | 117.735 | 104 | U | - | - | 0.156981 |
| II.C$_{117}^{i.c.}$(0.5) | 0.269868765 | 0.102331536 | 104.331455554 | 117.667 | 104 | U | - | - | 3.452197 |
| II.C$_{118}^{i.c.}$(0.5) | 0.141488192 | 0.035416182 | 71.804733042 | 118.134 | 104 | U | - | - | 3.423451 |
| II.C$_{119}^{i.c.}$(0.5) | 0.161910229 | 0.024435212 | 74.020933779 | 118.169 | 104 | U | - | - | 1.718164 |
| II.C$_{120}^{i.c.}$(0.5) | 0.250276264 | 0.069660778 | 94.226134751 | 118.11 | 104 | U | - | - | 0.591110 |
| II.C$_{121}^{i.c.}$(0.5) | 0.187071754 | 0.014781157 | 77.586154386 | 118.19 | 104 | M | 0.013722 | - | 0.026261 |
| II.C$_{122}^{i.c.}$(0.5) | 0.190536873 | 0.030314961 | 79.960988371 | 120.424 | 106 | U | - | - | 0.109310 |
| II.C$_{123}^{i.c.}$(0.5) | 0.167501886 | 0.035498114 | 76.454646538 | 120.379 | 106 | U | - | - | 1.670643 |
| II.C$_{124}^{i.c.}$(0.5) | 0.238213865 | 0.076077956 | 94.721719296 | 122.548 | 108 | M | 0.472813 | - | 0.001492 |
| II.C$_{125}^{i.c.}$(0.5) | 0.325100838 | 0.062797667 | 132.005302064 | 122.583 | 108 | U | - | - | 0.517167 |
| II.C$_{126}^{i.c.}$(0.5) | 0.326879752 | 0.065474127 | 133.584557745 | 122.583 | 108 | U | - | - | 1.942513 |
| II.C$_{127}^{i.c.}$(0.5) | 0.282420615 | 0.112061175 | 117.328379738 | 124.152 | 110 | U | - | - | 6.615480 |
| II.C$_{128}^{i.c.}$(0.5) | 0.335586203 | 0.068834477 | 142.883005753 | 124.693 | 110 | U | - | - | 3.499606 |
| II.C$_{129}^{i.c.}$(0.5) | 0.265099736 | 0.097232467 | 107.779623887 | 124.572 | 110 | U | - | - | 1.485240 |
| II.C$_{130}^{i.c.}$(0.5) | 0.315508336 | 0.078052404 | 130.065519375 | 124.605 | 110 | U | - | - | 6.375561 |
| II.C$_{131}^{i.c.}$(0.5) | 0.291125133 | 0.074710654 | 116.327163271 | 124.86 | 110 | U | - | - | 0.255715 |
| II.C$_{132}^{i.c.}$(0.5) | 0.302318184 | 0.074719864 | 124.256302424 | 127.082 | 112 | U | - | - | 5.041478 |
| II.C$_{133}^{i.c.}$(0.5) | 0.287745127 | 0.097321281 | 119.741623725 | 126.751 | 112 | M | 0.013167 | - | 0.000643 |
| II.C$_{134}^{i.c.}$(0.5) | 0.273023316 | 0.095810120 | 114.813515262 | 129.113 | 114 | U | - | - | 1.498872 |
| II.C$_{135}^{i.c.}$(0.5) | 0.252243839 | 0.239752175 | 158.192618731 | 133.822 | 114 | U | - | - | 5.474633 |
| II.C$_{136}^{i.c.}$(0.5) | 0.197249897 | 0.036732863 | 87.497561339 | 129.499 | 114 | U | - | - | 0.123145 |
| II.C$_{137}^{i.c.}$(0.5) | 0.255100696 | 0.071984048 | 106.993696531 | 131.727 | 116 | M | 0.160307 | - | 0.001870 |
| II.C$_{138}^{i.c.}$(0.5) | 0.146690712 | 0.032582065 | 80.636522027 | 131.733 | 116 | U | - | - | 2.480674 |
| II.C$_{139}^{i.c.}$(0.5) | 0.311498914 | 0.068024605 | 133.289602482 | 131.635 | 116 | U | - | - | 2.821741 |
| II.C$_{140}^{i.c.}$(0.5) | 0.329534033 | 0.048464962 | 143.380623545 | 131.777 | 116 | U | - | - | 0.432695 |
| II.C$_{141}^{i.c.}$(0.5) | 0.190983596 | 0.021969137 | 87.387763206 | 131.809 | 116 | U | - | - | 0.060307 |
| II.C$_{142}^{i.c.}$(0.5) | 0.241391947 | 0.030650281 | 99.793425086 | 131.831 | 116 | M | 0.001059 | - | 0.001446 |
| II.C$_{143}^{i.c.}$(0.5) | 0.173310399 | 0.044612055 | 87.814559556 | 136.194 | 120 | U | - | - | 2.437933 |

Table S XI. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$^{i.c.}_{144}$(0.5) | 0.293014939 | 0.074999591 | 130.078011043 | 138.475 | 122 | U | - | - | 0.890747 |
| II.C$^{i.c.}_{145}$(0.5) | 0.301087226 | 0.082787051 | 137.956627672 | 140.544 | 124 | U | - | - | 0.064194 |
| II.C$^{i.c.}_{146}$(0.5) | 0.283790052 | 0.104806657 | 131.707539011 | 140.171 | 124 | U | - | - | 0.387866 |
| II.C$^{i.c.}_{147}$(0.5) | 0.165489495 | 0.037240393 | 89.131636302 | 140.762 | 124 | U | - | - | 3.426043 |
| II.C$^{i.c.}_{148}$(0.5) | 0.200575500 | 0.030768759 | 95.697996035 | 140.884 | 124 | M | 0.000658 | - | 0.009385 |
| II.C$^{i.c.}_{149}$(0.5) | 0.195019561 | 0.038242727 | 96.275182764 | 143.118 | 126 | U | - | - | 0.513002 |
| II.C$^{i.c.}_{150}$(0.5) | 0.306922673 | 0.111445907 | 151.701849008 | 144.231 | 128 | U | - | - | 3.865884 |
| II.C$^{i.c.}_{151}$(0.5) | 0.258366619 | 0.073604494 | 119.543234655 | 145.343 | 128 | U | - | - | 1.497993 |
| II.C$^{i.c.}_{152}$(0.5) | 0.213614824 | 0.082467175 | 105.269082140 | 144.976 | 128 | U | - | - | 5.416958 |
| II.C$^{i.c.}_{153}$(0.5) | 0.302664906 | 0.052795942 | 139.520327402 | 145.428 | 128 | U | - | - | 0.078971 |
| II.C$^{i.c.}_{154}$(0.5) | 0.186966948 | 0.072725361 | 99.429611700 | 147.169 | 130 | U | - | - | 2.063607 |
| II.C$^{i.c.}_{155}$(0.5) | 0.325379569 | 0.092272666 | 166.689356166 | 149.032 | 132 | U | - | - | 1.872906 |
| II.C$^{i.c.}_{156}$(0.5) | 0.351022186 | 0.046944082 | 183.829381424 | 149.92 | 132 | M | 0.317042 | - | 0.013898 |
| II.C$^{i.c.}_{157}$(0.5) | 0.297602669 | 0.067923987 | 142.531845048 | 149.883 | 132 | U | - | - | 1.566774 |
| II.C$^{i.c.}_{158}$(0.5) | 0.247693057 | 0.078842686 | 119.550782470 | 149.779 | 132 | U | - | - | 3.819843 |
| II.C$^{i.c.}_{159}$(0.5) | 0.174479084 | 0.048316932 | 96.998425983 | 149.806 | 132 | U | - | - | 1.900181 |
| II.C$^{i.c.}_{160}$(0.5) | 0.232947793 | 0.096215753 | 116.263200474 | 149.48 | 132 | U | - | - | 8.100670 |
| II.C$^{i.c.}_{161}$(0.5) | 0.204979981 | 0.069504071 | 105.180525416 | 149.783 | 132 | M | 0.183583 | - | 0.013475 |
| II.C$^{i.c.}_{162}$(0.5) | 0.200039800 | 0.057075265 | 102.991639493 | 149.783 | 132 | U | - | - | 0.991778 |
| II.C$^{i.c.}_{163}$(0.5) | 0.320828525 | 0.070721817 | 161.524281819 | 152.011 | 134 | U | - | - | 6.374773 |
| II.C$^{i.c.}_{164}$(0.5) | 0.232371899 | 0.047073191 | 113.143122934 | 152.265 | 134 | M | 0.003302 | - | 0.004502 |
| II.C$^{i.c.}_{165}$(0.5) | 0.273277047 | 0.111235907 | 139.784308712 | 153.574 | 136 | U | - | - | 4.537900 |
| II.C$^{i.c.}_{166}$(0.5) | 0.197316473 | 0.032529782 | 104.233020203 | 154.504 | 136 | M | 0.013681 | - | 0.000002 |
| II.C$^{i.c.}_{167}$(0.5) | 0.355550748 | 0.041062069 | 193.908674743 | 154.51 | 136 | U | - | - | 4.784161 |
| II.C$^{i.c.}_{168}$(0.5) | 0.301159004 | 0.081908818 | 151.208329422 | 154.16 | 136 | U | - | - | 0.179712 |
| II.C$^{i.c.}_{169}$(0.5) | 0.306957717 | 0.087770257 | 156.244773853 | 153.992 | 136 | U | - | - | 0.105935 |
| II.C$^{i.c.}_{170}$(0.5) | 0.324397738 | 0.028605460 | 161.864790338 | 154.573 | 136 | U | - | - | 0.212074 |
| II.C$^{i.c.}_{171}$(0.5) | 0.270827321 | 0.093622561 | 137.495873996 | 156.348 | 138 | U | - | - | 2.076002 |
| II.C$^{i.c.}_{172}$(0.5) | 0.303259818 | 0.021192710 | 148.316150332 | 156.832 | 138 | S | 0.004077 | 0.002323 | - |
| II.C$^{i.c.}_{173}$(0.5) | 0.249969032 | 0.088052479 | 128.902938497 | 158.722 | 140 | U | - | - | 4.128347 |
| II.C$^{i.c.}_{174}$(0.5) | 0.243980863 | 0.092785847 | 128.909383472 | 160.913 | 142 | U | - | - | 6.024322 |
| II.C$^{i.c.}_{175}$(0.5) | 0.292178688 | 0.115823801 | 158.570192593 | 160.019 | 142 | U | - | - | 0.245306 |
| II.C$^{i.c.}_{176}$(0.5) | 0.318710929 | 0.069745307 | 171.643488203 | 163.419 | 144 | U | - | - | 3.826118 |
| II.C$^{i.c.}_{177}$(0.5) | 0.234539330 | 0.073377589 | 124.608058759 | 163.399 | 144 | U | - | - | 3.403008 |
| II.C$^{i.c.}_{178}$(0.5) | 0.281744309 | 0.082005855 | 149.710250837 | 165.58 | 146 | U | - | - | 0.131797 |
| II.C$^{i.c.}_{179}$(0.5) | 0.268332413 | 0.080030274 | 142.084905342 | 165.705 | 146 | U | - | - | 2.823950 |
| II.C$^{i.c.}_{180}$(0.5) | 0.291151318 | 0.102312500 | 159.322545164 | 165.048 | 146 | U | - | - | 0.466239 |
| II.C$^{i.c.}_{181}$(0.5) | 0.245069176 | 0.056019553 | 128.759091557 | 165.887 | 146 | M | 0.006307 | - | 0.004645 |
| II.C$^{i.c.}_{182}$(0.5) | 0.163753327 | 0.012039251 | 104.037890832 | 165.953 | 146 | M | 0.009807 | - | 0.022973 |
| II.C$^{i.c.}_{183}$(0.5) | 0.318984006 | 0.098634395 | 182.451765354 | 166.971 | 148 | U | - | - | 1.258354 |
| II.C$^{i.c.}_{184}$(0.5) | 0.327742845 | 0.042266025 | 180.485002078 | 168.174 | 148 | U | - | - | 0.070773 |
| II.C$^{i.c.}_{185}$(0.5) | 0.282242329 | 0.094366668 | 154.200619540 | 167.612 | 148 | S | 0.003771 | 0.003420 | - |
| II.C$^{i.c.}_{186}$(0.5) | 0.152903805 | 0.048203615 | 105.901771771 | 170.094 | 150 | U | - | - | 3.339463 |
| II.C$^{i.c.}_{187}$(0.5) | 0.250262966 | 0.042023644 | 133.321270022 | 170.461 | 150 | U | - | - | 0.050556 |
| II.C$^{i.c.}_{188}$(0.5) | 0.259566299 | 0.070298031 | 140.247732072 | 170.352 | 150 | U | - | - | 1.278432 |
| II.C$^{i.c.}_{189}$(0.5) | 0.271991683 | 0.102409994 | 153.710939849 | 171.961 | 152 | U | - | - | 0.645059 |
| II.C$^{i.c.}_{190}$(0.5) | 0.331888076 | 0.058442607 | 191.720269517 | 172.549 | 152 | U | - | - | 0.543504 |
| II.C$^{i.c.}_{191}$(0.5) | 0.264263161 | 0.084676698 | 148.349480833 | 174.656 | 154 | M | 0.187546 | - | 0.003519 |
| II.C$^{i.c.}_{192}$(0.5) | 0.295099365 | 0.105467452 | 171.597552016 | 173.91 | 154 | U | - | - | 0.799435 |
| II.C$^{i.c.}_{193}$(0.5) | 0.295257797 | 0.065245144 | 164.229659153 | 174.893 | 154 | S | 0.124243 | 0.049571 | - |
| II.C$^{i.c.}_{194}$(0.5) | 0.191940708 | 0.054488029 | 119.294365679 | 177.015 | 156 | U | - | - | 3.912931 |
| II.C$^{i.c.}_{195}$(0.5) | 0.234121019 | 0.077554359 | 135.358893165 | 177.015 | 156 | U | - | - | 2.051964 |
| II.C$^{i.c.}_{196}$(0.5) | 0.274004601 | 0.075164604 | 154.276537845 | 177.104 | 156 | M | 0.003084 | - | 0.024161 |
| II.C$^{i.c.}_{197}$(0.5) | 0.274149276 | 0.105305460 | 161.707292686 | 178.67 | 158 | U | - | - | 0.653906 |
| II.C$^{i.c.}_{198}$(0.5) | 0.311447124 | 0.092560359 | 186.402243736 | 178.674 | 158 | U | - | - | 0.352436 |
| II.C$^{i.c.}_{199}$(0.5) | 0.251771898 | 0.059995102 | 142.745838684 | 179.508 | 158 | M | 0.004933 | - | 0.005210 |
| II.C$^{i.c.}_{200}$(0.5) | 0.278007027 | 0.082349193 | 159.734858417 | 179.195 | 158 | U | - | - | 0.563435 |

Table S XII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$^{i.c.}_{201}$(0.5) | 0.320825149 | 0.031208322 | 184.961370337 | 179.574 | 158 | U | - | - | 0.248365 |
| II.C$^{i.c.}_{202}$(0.5) | 0.282319769 | 0.106156883 | 169.251219536 | 180.837 | 160 | U | - | - | 0.483058 |
| II.C$^{i.c.}_{203}$(0.5) | 0.305852582 | 0.085966611 | 182.509765256 | 181.23 | 160 | U | - | - | 0.126570 |
| II.C$^{i.c.}_{204}$(0.5) | 0.271101729 | 0.088022805 | 158.570205141 | 181.391 | 160 | U | - | - | 0.468338 |
| II.C$^{i.c.}_{205}$(0.5) | 0.283271003 | 0.099365044 | 168.408259385 | 181.046 | 160 | M | 0.017896 | - | 0.047017 |
| II.C$^{i.c.}_{206}$(0.5) | 0.258079410 | 0.066280207 | 148.334228711 | 181.742 | 160 | U | - | - | 0.502149 |
| II.C$^{i.c.}_{207}$(0.5) | 0.216891584 | 0.079108105 | 134.044464253 | 183.636 | 162 | U | - | - | 4.321482 |
| II.C$^{i.c.}_{208}$(0.5) | 0.318234668 | 0.055021209 | 190.106099957 | 184.007 | 162 | U | - | - | 0.897524 |
| II.C$^{i.c.}_{209}$(0.5) | 0.260254804 | 0.046817836 | 149.198202478 | 184.087 | 162 | M | 0.003005 | - | 0.000196 |
| II.C$^{i.c.}_{210}$(0.5) | 0.295729045 | 0.111581530 | 184.773956580 | 184.904 | 164 | U | - | - | 2.091988 |
| II.C$^{i.c.}_{211}$(0.5) | 0.271355647 | 0.101315958 | 165.233830880 | 185.584 | 164 | U | - | - | 3.274543 |
| II.C$^{i.c.}_{212}$(0.5) | 0.140036452 | 0.029551619 | 112.754185307 | 186.294 | 164 | U | - | - | 3.598946 |
| II.C$^{i.c.}_{213}$(0.5) | 0.253830335 | 0.085721373 | 152.549145212 | 185.952 | 164 | U | - | - | 7.066819 |
| II.C$^{i.c.}_{214}$(0.5) | 0.166135466 | 0.043437914 | 118.344226487 | 186.158 | 164 | U | - | - | 0.566193 |
| II.C$^{i.c.}_{215}$(0.5) | 0.294785260 | 0.061477318 | 173.978129100 | 186.283 | 164 | M | 0.082169 | - | 0.000467 |
| II.C$^{i.c.}_{216}$(0.5) | 0.295915422 | 0.106266681 | 183.580182992 | 185.154 | 164 | M | 0.007271 | - | 0.035600 |
| II.C$^{i.c.}_{217}$(0.5) | 0.187259406 | 0.051810798 | 125.482294349 | 188.412 | 166 | U | - | - | 0.527042 |
| II.C$^{i.c.}_{218}$(0.5) | 0.194662087 | 0.064343576 | 130.136910343 | 190.634 | 168 | U | - | - | 4.698296 |
| II.C$^{i.c.}_{219}$(0.5) | 0.196030561 | 0.031314761 | 129.852544005 | 193.128 | 170 | M | 0.020602 | - | 0.018637 |
| II.C$^{i.c.}_{220}$(0.5) | 0.275662058 | 0.082397018 | 170.342049446 | 192.81 | 170 | U | - | - | 1.378408 |
| II.C$^{i.c.}_{221}$(0.5) | 0.300667710 | 0.080105025 | 190.443452084 | 195.007 | 172 | U | - | - | 0.878016 |
| II.C$^{i.c.}_{222}$(0.5) | 0.213812545 | 0.076528628 | 140.895310145 | 195.052 | 172 | U | - | - | 1.871679 |
| II.C$^{i.c.}_{223}$(0.5) | 0.281723338 | 0.104511237 | 181.117342305 | 194.465 | 172 | U | - | - | 0.460295 |
| II.C$^{i.c.}_{224}$(0.5) | 0.282646462 | 0.098273489 | 180.345265691 | 194.667 | 172 | M | 0.042857 | - | 0.006011 |
| II.C$^{i.c.}_{225}$(0.5) | 0.263209401 | 0.072580269 | 165.088358877 | 197.586 | 174 | U | - | - | 1.226130 |
| II.C$^{i.c.}_{226}$(0.5) | 0.273181601 | 0.080611752 | 172.490700739 | 197.474 | 174 | M | 0.021305 | - | 0.016675 |
| II.C$^{i.c.}_{227}$(0.5) | 0.296051552 | 0.107226390 | 195.142806645 | 196.397 | 174 | U | - | - | 0.070195 |
| II.C$^{i.c.}_{228}$(0.5) | 0.295123189 | 0.057788033 | 184.294939221 | 197.67 | 174 | U | - | - | 0.181188 |
| II.C$^{i.c.}_{229}$(0.5) | 0.270092203 | 0.049919222 | 166.182863480 | 197.713 | 174 | M | 0.003316 | - | 0.001917 |
| II.C$^{i.c.}_{230}$(0.5) | 0.267757388 | 0.094568425 | 173.576923295 | 199.385 | 176 | U | - | - | 3.771385 |
| II.C$^{i.c.}_{231}$(0.5) | 0.243445187 | 0.074789805 | 156.739542024 | 199.814 | 176 | U | - | - | 3.388348 |
| II.C$^{i.c.}_{232}$(0.5) | 0.293638551 | 0.067895726 | 188.984939332 | 202.125 | 178 | U | - | - | 1.567686 |
| II.C$^{i.c.}_{233}$(0.5) | 0.262498547 | 0.084768854 | 170.429258997 | 201.886 | 178 | U | - | - | 1.549771 |
| II.C$^{i.c.}_{234}$(0.5) | 0.196815718 | 0.073807253 | 139.396995980 | 201.651 | 178 | U | - | - | 1.979342 |
| II.C$^{i.c.}_{235}$(0.5) | 0.282338417 | 0.106487041 | 188.390643563 | 201.17 | 178 | U | - | - | 1.150832 |
| II.C$^{i.c.}_{236}$(0.5) | 0.213687436 | 0.062708911 | 145.795712972 | 204.251 | 180 | U | - | - | 0.481637 |
| II.C$^{i.c.}_{237}$(0.5) | 0.286163880 | 0.087457752 | 191.089916221 | 206.277 | 182 | M | 0.004775 | - | 0.031004 |
| II.C$^{i.c.}_{238}$(0.5) | 0.292668995 | 0.040534368 | 190.641603223 | 209.088 | 184 | M | 0.006335 | - | 0.000797 |
| II.C$^{i.c.}_{239}$(0.5) | 0.191060029 | 0.065413833 | 142.911553175 | 210.871 | 186 | U | - | - | 1.748611 |
| II.C$^{i.c.}_{240}$(0.5) | 0.179418534 | 0.064710735 | 142.251547025 | 215.27 | 190 | U | - | - | 2.299521 |
| II.C$^{i.c.}_{241}$(0.5) | 0.274940609 | 0.072637446 | 188.105331781 | 215.731 | 190 | M | 0.004132 | - | 0.002345 |
| II.C$^{i.c.}_{242}$(0.5) | 0.249819764 | 0.079182956 | 175.147806592 | 217.861 | 192 | U | - | - | 6.215473 |
| II.C$^{i.c.}_{243}$(0.5) | 0.246504527 | 0.044097867 | 170.592082615 | 220.463 | 194 | U | - | - | 0.061252 |
| II.C$^{i.c.}_{244}$(0.5) | 0.263241938 | 0.049793143 | 182.704313744 | 222.714 | 196 | M | 0.003339 | - | 0.000621 |
| II.C$^{i.c.}_{245}$(0.5) | 0.254969508 | 0.057993417 | 184.149505130 | 229.515 | 202 | M | 0.022554 | - | 0.003849 |
| II.C$^{i.c.}_{246}$(0.5) | 0.263283305 | 0.067045288 | 194.549565481 | 233.984 | 206 | U | - | - | 1.053163 |
| II.C$^{i.c.}_{247}$(0.5) | 0.251518399 | 0.078484367 | 198.078564637 | 245.2 | 216 | U | - | - | 5.209844 |
| II.C$^{i.c.}_{248}$(0.5) | 0.246295561 | 0.045533543 | 189.968704285 | 245.464 | 216 | M | 0.003281 | - | 0.000213 |
| II.C$^{i.c.}_{249}$(0.5) | 0.206946517 | 0.069074743 | 172.881287046 | 245.099 | 216 | M | 0.069705 | - | 0.004600 |
| II.C$^{i.c.}_{250}$(0.5) | 0.218272072 | 0.053617222 | 177.729977978 | 247.614 | 218 | M | 0.002232 | - | 0.001691 |
| II.C$^{i.c.}_{251}$(0.5) | 0.142109521 | 0.031172601 | 154.574857602 | 254.455 | 224 | U | - | - | 3.230601 |
| II.C$^{i.c.}_{252}$(0.5) | 0.154064048 | 0.049495678 | 164.231397267 | 263.085 | 232 | U | - | - | 3.054286 |
| II.C$^{i.c.}_{253}$(0.5) | 0.157527864 | 0.038381919 | 170.197793868 | 272.489 | 240 | U | - | - | 1.376262 |
| II.C$^{i.c.}_{254}$(0.5) | 0.149521964 | 0.036750278 | 170.639091439 | 277.069 | 244 | U | - | - | 3.540746 |
| II.C$^{i.c.}_{255}$(0.5) | 0.196499735 | 0.021484395 | 196.718302657 | 293.141 | 258 | S | 0.045859 | 0.002483 | - |

Table S XIII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1,0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.75$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_{1}^{i.c.}$(0.75) | 0.422762525 | 0.253364639 | 5.985818725 | 6.993 | 4 | U | - | - | 1.412080 |
| I.A$_{2}^{i.c.}$(0.75) | 0.533749018 | 0.304167461 | 25.046038239 | 12.114 | 8 | U | - | - | 2.920409 |
| I.A$_{3}^{i.c.}$(0.75) | 0.366298898 | 0.174168925 | 17.359868906 | 28.658 | 16 | M | 0.361237 | - | 0.012460 |
| I.A$_{4}^{i.c.}$(0.75) | 0.432913858 | 0.328677364 | 30.215727999 | 26.52 | 16 | U | - | - | 3.858433 |
| I.A$_{5}^{i.c.}$(0.75) | 0.265820001 | 0.387697856 | 20.407158464 | 26.484 | 16 | U | - | - | 3.371373 |
| I.A$_{6}^{i.c.}$(0.75) | 0.084807959 | 0.063235193 | 10.532324545 | 28.878 | 16 | U | - | - | 7.360212 |
| I.A$_{7}^{i.c.}$(0.75) | 0.163290864 | 0.470999214 | 36.516721925 | 41.488 | 24 | U | - | - | 4.469213 |
| I.A$_{8}^{i.c.}$(0.75) | 0.398663049 | 0.209855650 | 30.369947993 | 42.738 | 24 | U | - | - | 1.348703 |
| I.A$_{9}^{i.c.}$(0.75) | 0.397243949 | 0.143920801 | 32.190176167 | 50.237 | 28 | U | - | - | 0.628138 |
| I.A$_{10}^{i.c.}$(0.75) | 0.190246169 | 0.114739635 | 20.487096411 | 50.262 | 28 | M | 0.394104 | - | 0.000273 |
| I.A$_{11}^{i.c.}$(0.75) | 0.406291053 | 0.226218298 | 42.800448837 | 56.762 | 32 | U | - | - | 1.885355 |
| I.A$_{12}^{i.c.}$(0.75) | 0.344499860 | 0.024962386 | 29.448816688 | 57.52 | 32 | M | 0.079172 | - | 0.000044 |
| I.A$_{13}^{i.c.}$(0.75) | 0.358857280 | 0.192316121 | 39.187715452 | 64.373 | 36 | M | 0.364855 | - | 0.000558 |
| I.A$_{14}^{i.c.}$(0.75) | 0.358514557 | 0.139524289 | 40.813999734 | 71.804 | 40 | M | 0.490820 | - | 0.001248 |
| I.A$_{15}^{i.c.}$(0.75) | 0.404284115 | 0.237569246 | 54.257373304 | 70.767 | 40 | U | - | - | 2.718629 |
| I.A$_{16}^{i.c.}$(0.75) | 0.435600199 | 0.317622750 | 82.136696082 | 74.183 | 44 | U | - | - | 2.418352 |
| I.A$_{17}^{i.c.}$(0.75) | 0.399293303 | 0.202181362 | 55.105303672 | 78.451 | 44 | U | - | - | 2.409225 |
| I.A$_{18}^{i.c.}$(0.75) | 0.346530165 | 0.061117894 | 41.142573525 | 79.087 | 44 | M | 0.486226 | - | 0.000039 |
| I.A$_{19}^{i.c.}$(0.75) | 0.474794484 | 0.027718594 | 62.498381382 | 79.156 | 44 | U | - | - | 2.046052 |
| I.A$_{20}^{i.c.}$(0.75) | 0.178855378 | 0.125002459 | 34.875452250 | 86.012 | 48 | U | - | - | 2.867862 |
| I.A$_{21}^{i.c.}$(0.75) | 0.412327394 | 0.241854953 | 67.657901977 | 84.763 | 48 | U | - | - | 3.160424 |
| I.A$_{22}^{i.c.}$(0.75) | 0.400281136 | 0.215258923 | 66.774343432 | 92.493 | 52 | U | - | - | 3.122463 |
| I.A$_{23}^{i.c.}$(0.75) | 0.357073299 | 0.133055363 | 52.516579730 | 93.368 | 52 | M | 0.056479 | - | 0.004329 |
| I.A$_{24}^{i.c.}$(0.75) | 0.320424877 | 0.198877790 | 55.666730142 | 100.077 | 56 | M | 0.339581 | - | 0.025982 |
| I.A$_{25}^{i.c.}$(0.75) | 0.420066516 | 0.243259897 | 81.559972016 | 98.754 | 56 | U | - | - | 5.000487 |
| I.A$_{26}^{i.c.}$(0.75) | 0.347717324 | 0.073938408 | 52.840312852 | 100.651 | 56 | M | 0.052190 | - | 0.000406 |
| I.A$_{27}^{i.c.}$(0.75) | 0.404392979 | 0.223211963 | 79.271160215 | 106.517 | 60 | U | - | - | 3.679989 |
| I.A$_{28}^{i.c.}$(0.75) | 0.364284205 | 0.163676197 | 63.888666687 | 107.559 | 60 | M | 0.349078 | - | 0.001375 |
| I.A$_{29}^{i.c.}$(0.75) | 0.418171491 | 0.247807498 | 93.404737992 | 112.743 | 64 | U | - | - | 5.563768 |
| I.A$_{30}^{i.c.}$(0.75) | 0.435398637 | 0.111572484 | 81.343297949 | 114.946 | 64 | U | - | - | 2.005265 |
| I.A$_{31}^{i.c.}$(0.75) | 0.356164704 | 0.128784905 | 64.219509487 | 114.931 | 64 | M | 0.377430 | - | 0.002655 |
| I.A$_{32}^{i.c.}$(0.75) | 0.401276682 | 0.198126705 | 80.176871130 | 114.162 | 64 | U | - | - | 3.903854 |
| I.A$_{33}^{i.c.}$(0.75) | 0.190162087 | 0.089694701 | 46.154322995 | 115 | 64 | M | 0.065427 | - | 0.000594 |
| I.A$_{34}^{i.c.}$(0.75) | 0.406413654 | 0.229615557 | 91.569599120 | 120.529 | 68 | U | - | - | 2.983948 |
| I.A$_{35}^{i.c.}$(0.75) | 0.366248536 | 0.183153102 | 74.648033484 | 121.694 | 68 | M | 0.204914 | - | 0.001518 |
| I.A$_{36}^{i.c.}$(0.75) | 0.348493644 | 0.081052181 | 64.539654559 | 122.214 | 68 | M | 0.381558 | - | 0.000121 |
| I.A$_{37}^{i.c.}$(0.75) | 0.362508184 | 0.156198159 | 75.620174576 | 129.136 | 72 | M | 0.214421 | - | 0.010399 |
| I.A$_{38}^{i.c.}$(0.75) | 0.355541205 | 0.125750807 | 75.922979180 | 136.494 | 76 | M | 0.188891 | - | 0.000475 |
| I.A$_{39}^{i.c.}$(0.75) | 0.349040157 | 0.085632357 | 76.239728209 | 143.776 | 80 | M | 0.184859 | - | 0.000702 |
| I.A$_{40}^{i.c.}$(0.75) | 0.402323722 | 0.195347713 | 105.141052693 | 149.871 | 84 | U | - | - | 4.959660 |
| I.A$_{41}^{i.c.}$(0.75) | 0.336889956 | 0.185846300 | 89.483147199 | 157.407 | 88 | U | - | - | 2.705519 |
| I.A$_{42}^{i.c.}$(0.75) | 0.403721681 | 0.222123457 | 115.761114433 | 156.271 | 88 | U | - | - | 5.422980 |
| I.A$_{43}^{i.c.}$(0.75) | 0.363727970 | 0.188404422 | 96.597749039 | 157.408 | 88 | M | 0.235261 | - | 0.002095 |
| I.A$_{44}^{i.c.}$(0.75) | 0.355087301 | 0.123482806 | 87.626919561 | 158.055 | 88 | M | 0.244650 | - | 0.000550 |
| I.A$_{45}^{i.c.}$(0.75) | 0.365106970 | 0.167406865 | 98.637606256 | 164.877 | 92 | M | 0.375209 | - | 0.007831 |
| I.A$_{46}^{i.c.}$(0.75) | 0.398420361 | 0.206463395 | 115.674986255 | 163.928 | 92 | U | - | - | 4.948837 |
| I.A$_{47}^{i.c.}$(0.75) | 0.426248955 | 0.067205459 | 109.369949906 | 165.348 | 92 | U | - | - | 0.580593 |
| I.A$_{48}^{i.c.}$(0.75) | 0.349445413 | 0.088840671 | 87.940140511 | 165.338 | 92 | M | 0.248622 | - | 0.000454 |
| I.A$_{49}^{i.c.}$(0.75) | 0.416461979 | 0.241917361 | 143.237228358 | 176.522 | 100 | U | - | - | 5.192905 |
| I.A$_{50}^{i.c.}$(0.75) | 0.354742334 | 0.121722964 | 99.331269204 | 179.617 | 100 | M | 0.321897 | - | 0.000671 |

Table S XIV. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.75$ by means of the search grid 4000 × 4000 in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$^{i.c.}_{51}$(0.75) | 0.366622912 | 0.180255705 | 109.468639038 | 179.012 | 100 | M | 0.060251 | - | 0.002438 |
| I.A$^{i.c.}_{52}$(0.75) | 0.403442271 | 0.232084795 | 139.206814595 | 184.296 | 104 | U | - | - | 2.837085 |
| I.A$^{i.c.}_{53}$(0.75) | 0.401785017 | 0.193749608 | 129.598527594 | 185.581 | 104 | U | - | - | 2.867795 |
| I.A$^{i.c.}_{54}$(0.75) | 0.187882621 | 0.122851171 | 76.275736073 | 186.545 | 104 | M | 0.474564 | - | 0.005251 |
| I.A$^{i.c.}_{55}$(0.75) | 0.363894295 | 0.161991356 | 110.396319058 | 186.458 | 104 | M | 0.060561 | - | 0.001832 |
| I.A$^{i.c.}_{56}$(0.75) | 0.349757725 | 0.091216964 | 99.640688103 | 186.899 | 104 | M | 0.317965 | - | 0.000518 |
| I.A$^{i.c.}_{57}$(0.75) | 0.347731090 | 0.190366074 | 113.675616526 | 193.118 | 108 | U | - | - | 1.410351 |
| I.A$^{i.c.}_{58}$(0.75) | 0.401229614 | 0.217485972 | 139.677366375 | 192.002 | 108 | U | - | - | 6.601244 |
| I.A$^{i.c.}_{59}$(0.75) | 0.359200364 | 0.142495833 | 110.739074562 | 193.846 | 108 | M | 0.092709 | - | 0.000913 |
| I.A$^{i.c.}_{60}$(0.75) | 0.345318801 | 0.043634123 | 100.037993428 | 194.129 | 108 | M | 0.327603 | - | 0.000205 |
| I.A$^{i.c.}_{61}$(0.75) | 0.398729571 | 0.204051854 | 140.420369285 | 199.641 | 112 | U | - | - | 5.989676 |
| I.A$^{i.c.}_{62}$(0.75) | 0.354471436 | 0.120317733 | 111.035980610 | 201.178 | 112 | M | 0.111497 | - | 0.000774 |
| I.A$^{i.c.}_{63}$(0.75) | 0.402759809 | 0.109906576 | 126.717418974 | 201.18 | 112 | M | 0.078643 | - | 0.000370 |
| I.A$^{i.c.}_{64}$(0.75) | 0.308549297 | 0.123563899 | 99.877528141 | 201.18 | 112 | U | - | - | 0.496293 |
| I.A$^{i.c.}_{65}$(0.75) | 0.350005659 | 0.093048940 | 111.341255321 | 208.461 | 116 | M | 0.115400 | - | 0.000455 |
| I.A$^{i.c.}_{66}$(0.75) | 0.365918260 | 0.184385401 | 131.826584152 | 214.729 | 120 | M | 0.033959 | - | 0.003451 |
| I.A$^{i.c.}_{67}$(0.75) | 0.345982316 | 0.053998236 | 111.732007004 | 215.696 | 120 | M | 0.106975 | - | 0.000136 |
| I.A$^{i.c.}_{68}$(0.75) | 0.190618681 | 0.102905902 | 87.210153109 | 215.531 | 120 | M | 0.305881 | - | 0.002236 |
| I.A$^{i.c.}_{69}$(0.75) | 0.389481008 | 0.045645259 | 125.327722088 | 215.697 | 120 | M | 0.002946 | - | 0.000574 |
| I.A$^{i.c.}_{70}$(0.75) | 0.365465659 | 0.169177524 | 133.374114578 | 222.194 | 124 | M | 0.098880 | - | 0.002547 |
| I.A$^{i.c.}_{71}$(0.75) | 0.371435133 | 0.197369860 | 145.673025227 | 228.826 | 128 | M | 0.333063 | - | 0.010259 |
| I.A$^{i.c.}_{72}$(0.75) | 0.249770266 | 0.094654677 | 100.371383988 | 230.057 | 128 | M | 0.068948 | - | 0.008424 |
| I.A$^{i.c.}_{73}$(0.75) | 0.361920475 | 0.153757519 | 133.846064861 | 229.609 | 128 | M | 0.066428 | - | 0.001838 |
| I.A$^{i.c.}_{74}$(0.75) | 0.350469220 | 0.195735230 | 136.794557160 | 228.826 | 128 | M | 0.351280 | - | 0.002045 |
| I.A$^{i.c.}_{75}$(0.75) | 0.350207172 | 0.094504736 | 123.041771560 | 230.022 | 128 | M | 0.451269 | - | 0.000805 |
| I.A$^{i.c.}_{76}$(0.75) | 0.357949535 | 0.137025946 | 134.144727559 | 236.977 | 132 | M | 0.037914 | - | 0.001345 |
| I.A$^{i.c.}_{77}$(0.75) | 0.354073623 | 0.118214853 | 134.446362121 | 244.301 | 136 | M | 0.021830 | - | 0.001008 |
| I.A$^{i.c.}_{78}$(0.75) | 0.364405132 | 0.187504084 | 153.785422605 | 250.442 | 140 | M | 0.066426 | - | 0.004356 |
| I.A$^{i.c.}_{79}$(0.75) | 0.350374120 | 0.095689437 | 134.742191222 | 251.583 | 140 | M | 0.017964 | - | 0.000493 |
| I.A$^{i.c.}_{80}$(0.75) | 0.285046946 | 0.123706641 | 125.907306275 | 265.878 | 148 | U | - | - | 0.275548 |
| I.A$^{i.c.}_{81}$(0.75) | 0.360441121 | 0.147754031 | 157.253956926 | 272.751 | 152 | M | 0.194507 | - | 0.002184 |
| I.A$^{i.c.}_{82}$(0.75) | 0.262324717 | 0.063069739 | 122.900446728 | 280.406 | 156 | M | 0.000768 | - | 0.002340 |
| I.A$^{i.c.}_{83}$(0.75) | 0.353795901 | 0.116717513 | 157.857891467 | 287.422 | 160 | M | 0.155253 | - | 0.001290 |
| I.A$^{i.c.}_{84}$(0.75) | 0.340466871 | 0.178823415 | 166.844654689 | 293.645 | 164 | U | - | - | 4.312777 |
| I.A$^{i.c.}_{85}$(0.75) | 0.350634497 | 0.097500438 | 158.142626729 | 294.705 | 164 | M | 0.151408 | - | 0.000775 |
| I.A$^{i.c.}_{86}$(0.75) | 0.364968394 | 0.166747926 | 179.904319963 | 301.096 | 168 | M | 0.388417 | - | 0.004235 |
| I.A$^{i.c.}_{87}$(0.75) | 0.193610248 | 0.074291130 | 123.642214665 | 309.182 | 172 | M | 0.205471 | - | 0.002799 |
| I.A$^{i.c.}_{88}$(0.75) | 0.244020010 | 0.110037853 | 135.023832830 | 309.18 | 172 | U | - | - | 4.064828 |
| I.A$^{i.c.}_{89}$(0.75) | 0.345012656 | 0.037808001 | 158.935037859 | 309.17 | 172 | M | 0.169190 | - | 0.000715 |
| I.A$^{i.c.}_{90}$(0.75) | 0.190631431 | 0.106726231 | 128.196596754 | 316.058 | 176 | M | 0.474385 | - | 0.003845 |
| I.A$^{i.c.}_{91}$(0.75) | 0.350737903 | 0.098207768 | 169.842605277 | 316.265 | 176 | M | 0.281850 | - | 0.000904 |
| I.A$^{i.c.}_{92}$(0.75) | 0.356427579 | 0.130037962 | 180.955408755 | 323.231 | 180 | M | 0.301523 | - | 0.001891 |
| I.A$^{i.c.}_{93}$(0.75) | 0.348009928 | 0.076714112 | 170.219921458 | 323.516 | 180 | M | 0.277250 | - | 0.000550 |
| I.A$^{i.c.}_{94}$(0.75) | 0.280607552 | 0.125272656 | 155.444726751 | 330.581 | 184 | U | - | - | 0.109774 |
| I.A$^{i.c.}_{95}$(0.75) | 0.361693100 | 0.152786783 | 192.073806490 | 330.082 | 184 | M | 0.081510 | - | 0.003444 |
| I.A$^{i.c.}_{96}$(0.75) | 0.333553022 | 0.143950803 | 180.772977320 | 337.454 | 188 | M | 0.003061 | - | 0.010962 |
| I.A$^{i.c.}_{97}$(0.75) | 0.358909340 | 0.141241988 | 192.367201482 | 337.454 | 188 | M | 0.111135 | - | 0.002528 |
| I.A$^{i.c.}_{98}$(0.75) | 0.348266639 | 0.079052622 | 181.919292299 | 345.079 | 192 | M | 0.289007 | - | 0.000596 |
| I.A$^{i.c.}_{99}$(0.75) | 0.304817720 | 0.081460373 | 175.377267845 | 366.643 | 204 | M | 0.076649 | - | 0.000396 |
| I.A$^{i.c.}_{100}$(0.75) | 0.191676682 | 0.070888457 | 148.974714090 | 373.907 | 208 | M | 0.370647 | - | 0.004643 |
| I.A$^{i.c.}_{101}$(0.75) | 0.190679053 | 0.101223558 | 153.933618022 | 380.799 | 212 | U | - | - | 0.030418 |
| I.A$^{i.c.}_{102}$(0.75) | 0.175277892 | 0.074783467 | 186.009925987 | 474.459 | 264 | M | 0.125495 | - | 0.005809 |

Table S XV. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.75$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element.

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$_{1}^{i.c.}$(0.75) | 0.395511548 | 0.194666652 | 12.222054592 | 17.855 | 10 | U | - | - | 0.722446 |
| I.B$_{2}^{i.c.}$(0.75) | 0.165292591 | 0.450513219 | 19.724135810 | 24.503 | 14 | U | - | - | 2.941040 |
| I.B$_{3}^{i.c.}$(0.75) | 0.123332825 | 0.228990073 | 13.749035110 | 31.883 | 18 | U | - | - | 3.237266 |
| I.B$_{4}^{i.c.}$(0.75) | 0.240266991 | 0.258888532 | 16.637662058 | 31.876 | 18 | S | 0.437587 | 0.340097 | - |
| I.B$_{5}^{i.c.}$(0.75) | 0.476538346 | 0.201794157 | 31.035766301 | 31.879 | 18 | U | - | - | 1.344870 |
| I.B$_{6}^{i.c.}$(0.75) | 0.104002538 | 0.398255883 | 17.939624090 | 29.044 | 18 | U | - | - | 5.560096 |
| I.B$_{7}^{i.c.}$(0.75) | 0.437177129 | 0.265766963 | 35.654992392 | 37.828 | 22 | U | - | - | 5.883911 |
| I.B$_{8}^{i.c.}$(0.75) | 0.363341278 | 0.159655909 | 23.252735707 | 39.449 | 22 | S | 0.355765 | 0.000191 | - |
| I.B$_{9}^{i.c.}$(0.75) | 0.316290662 | 0.271498823 | 28.831033984 | 45.873 | 26 | U | - | - | 2.765396 |
| I.B$_{10}^{i.c.}$(0.75) | 0.493332328 | 0.206449925 | 49.436188773 | 45.872 | 26 | S | 0.411249 | 0.095822 | - |
| I.B$_{11}^{i.c.}$(0.75) | 0.415890802 | 0.249657170 | 49.364207774 | 59.869 | 34 | U | - | - | 3.258453 |
| I.B$_{12}^{i.c.}$(0.75) | 0.497090182 | 0.212179452 | 66.856804818 | 59.855 | 34 | U | - | - | 1.699072 |
| I.B$_{13}^{i.c.}$(0.75) | 0.359600375 | 0.144204118 | 34.962420756 | 61.021 | 34 | M | 0.208280 | - | 0.000203 |
| I.B$_{14}^{i.c.}$(0.75) | 0.399678453 | 0.213607658 | 48.558311842 | 67.616 | 38 | U | - | - | 2.242392 |
| I.B$_{15}^{i.c.}$(0.75) | 0.345667147 | 0.049375127 | 35.294916058 | 68.304 | 38 | M | 0.203427 | - | 0.000072 |
| I.B$_{16}^{i.c.}$(0.75) | 0.478248937 | 0.226469537 | 76.893341289 | 73.834 | 42 | U | - | - | 5.191626 |
| I.B$_{17}^{i.c.}$(0.75) | 0.366529918 | 0.181421279 | 46.036123706 | 75.177 | 42 | M | 0.212893 | - | 0.000264 |
| I.B$_{18}^{i.c.}$(0.75) | 0.190443849 | 0.098692475 | 33.343921817 | 82.633 | 46 | M | 0.154130 | - | 0.000707 |
| I.B$_{19}^{i.c.}$(0.75) | 0.357702144 | 0.135919955 | 46.665269151 | 82.586 | 46 | M | 0.226424 | - | 0.001947 |
| I.B$_{20}^{i.c.}$(0.75) | 0.405003071 | 0.224276423 | 61.024449584 | 81.64 | 46 | U | - | - | 2.798881 |
| I.B$_{21}^{i.c.}$(0.75) | 0.347192916 | 0.068623351 | 46.991152730 | 89.869 | 50 | M | 0.230840 | - | 0.000225 |
| I.B$_{22}^{i.c.}$(0.75) | 0.365316302 | 0.168425891 | 58.003405259 | 96.768 | 54 | M | 0.368551 | - | 0.000887 |
| I.B$_{23}^{i.c.}$(0.75) | 0.356572483 | 0.130722445 | 58.367971968 | 104.15 | 58 | M | 0.339487 | - | 0.002488 |
| I.B$_{24}^{i.c.}$(0.75) | 0.398410627 | 0.207194471 | 73.010174515 | 103.333 | 58 | U | - | - | 3.142380 |
| I.B$_{25}^{i.c.}$(0.75) | 0.362753928 | 0.189460745 | 67.967762625 | 110.89 | 62 | M | 0.186689 | - | 0.002935 |
| I.B$_{26}^{i.c.}$(0.75) | 0.490348513 | 0.199199245 | 114.253048927 | 109.638 | 62 | U | - | - | 2.956573 |
| I.B$_{27}^{i.c.}$(0.75) | 0.317979540 | 0.262937970 | 67.943299359 | 109.638 | 62 | U | - | - | 1.775356 |
| I.B$_{28}^{i.c.}$(0.75) | 0.406141910 | 0.238271040 | 84.786775176 | 109.65 | 62 | U | - | - | 4.138518 |
| I.B$_{29}^{i.c.}$(0.75) | 0.348142347 | 0.077931070 | 58.689854806 | 111.433 | 62 | M | 0.335290 | - | 0.000220 |
| I.B$_{30}^{i.c.}$(0.75) | 0.185605092 | 0.120439306 | 48.203810627 | 118.404 | 66 | M | 0.439714 | - | 0.000721 |
| I.B$_{31}^{i.c.}$(0.75) | 0.400654610 | 0.216187636 | 84.997246144 | 117.371 | 66 | U | - | - | 3.995327 |
| I.B$_{32}^{i.c.}$(0.75) | 0.411245244 | 0.241270382 | 98.148811153 | 123.646 | 70 | U | - | - | 4.688449 |
| I.B$_{33}^{i.c.}$(0.75) | 0.306364828 | 0.270593968 | 75.655144519 | 123.631 | 70 | U | - | - | 4.295802 |
| I.B$_{34}^{i.c.}$(0.75) | 0.355826364 | 0.127149646 | 70.071181481 | 125.713 | 70 | M | 0.094291 | - | 0.000218 |
| I.B$_{35}^{i.c.}$(0.75) | 0.403990156 | 0.222564064 | 97.514175363 | 131.394 | 74 | U | - | - | 4.553058 |
| I.B$_{36}^{i.c.}$(0.75) | 0.366643635 | 0.178282065 | 80.800176284 | 132.494 | 74 | M | 0.485398 | - | 0.003783 |
| I.B$_{37}^{i.c.}$(0.75) | 0.348788776 | 0.083564292 | 70.389630851 | 132.995 | 74 | M | 0.098365 | - | 0.000323 |
| I.B$_{38}^{i.c.}$(0.75) | 0.403716965 | 0.071729304 | 81.727261236 | 132.997 | 74 | U | - | - | 0.289279 |
| I.B$_{39}^{i.c.}$(0.75) | 0.398853905 | 0.203544420 | 97.754252329 | 139.046 | 78 | U | - | - | 4.186572 |
| I.B$_{40}^{i.c.}$(0.75) | 0.361785479 | 0.153186224 | 81.479759476 | 139.923 | 78 | M | 0.496228 | - | 0.009013 |
| I.B$_{41}^{i.c.}$(0.75) | 0.189796698 | 0.083815890 | 58.939156832 | 147.365 | 82 | M | 0.276678 | - | 0.005325 |
| I.B$_{42}^{i.c.}$(0.75) | 0.406854480 | 0.227381434 | 110.136601726 | 145.408 | 82 | U | - | - | 4.602212 |
| I.B$_{43}^{i.c.}$(0.75) | 0.440868123 | 0.105745293 | 105.864911909 | 147.299 | 82 | U | - | - | 2.762016 |
| I.B$_{44}^{i.c.}$(0.75) | 0.353012115 | 0.194909688 | 88.142753597 | 146.599 | 82 | M | 0.464921 | - | 0.000788 |
| I.B$_{45}^{i.c.}$(0.75) | 0.355297668 | 0.124540444 | 81.774894626 | 147.275 | 82 | M | 0.472108 | - | 0.000329 |
| I.B$_{46}^{i.c.}$(0.75) | 0.399021519 | 0.211556849 | 109.268746668 | 153.092 | 86 | U | - | - | 4.943728 |
| I.B$_{47}^{i.c.}$(0.75) | 0.186332919 | 0.127251626 | 63.130882641 | 154.153 | 86 | U | - | - | 3.094069 |
| I.B$_{48}^{i.c.}$(0.75) | 0.352783040 | 0.171773279 | 89.591506623 | 154.085 | 86 | U | - | - | 1.028837 |
| I.B$_{49}^{i.c.}$(0.75) | 0.326568365 | 0.251716507 | 98.676392132 | 159.383 | 90 | U | - | - | 5.962554 |
| I.B$_{50}^{i.c.}$(0.75) | 0.360545265 | 0.148192702 | 93.181535318 | 161.494 | 90 | M | 0.060269 | - | 0.001061 |
| I.B$_{51}^{i.c.}$(0.75) | 0.366052647 | 0.183937243 | 103.241275796 | 168.211 | 94 | M | 0.379965 | - | 0.016008 |
| I.B$_{52}^{i.c.}$(0.75) | 0.401092616 | 0.217188083 | 121.450515403 | 167.125 | 94 | U | - | - | 5.733499 |
| I.B$_{53}^{i.c.}$(0.75) | 0.354903794 | 0.122550676 | 93.479046541 | 168.836 | 94 | M | 0.038615 | - | 0.000532 |
| I.B$_{54}^{i.c.}$(0.75) | 0.399791483 | 0.200999634 | 122.710928162 | 174.757 | 98 | U | - | - | 5.520470 |
| I.B$_{55}^{i.c.}$(0.75) | 0.364484737 | 0.164561239 | 104.522001981 | 175.668 | 98 | M | 0.342460 | - | 0.029917 |
| I.B$_{56}^{i.c.}$(0.75) | 0.349611078 | 0.090111043 | 93.790406016 | 176.119 | 98 | M | 0.034664 | - | 0.000493 |
| I.B$_{57}^{i.c.}$(0.75) | 0.329735041 | 0.191198594 | 102.569899887 | 182.305 | 102 | U | - | - | 4.031674 |
| I.B$_{58}^{i.c.}$(0.75) | 0.403530531 | 0.221805804 | 134.010957546 | 181.148 | 102 | U | - | - | 6.291536 |
| I.B$_{59}^{i.c.}$(0.75) | 0.410137872 | 0.134189417 | 121.097636144 | 183.067 | 102 | U | - | - | 2.719062 |
| I.B$_{60}^{i.c.}$(0.75) | 0.189613882 | 0.107226066 | 74.229188949 | 183.16 | 102 | M | 0.055130 | - | 0.001883 |

Table S XVI. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.75$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$_{61}^{i.c.}$(0.75) | 0.365467680 | 0.201357008 | 114.743305959 | 182.305 | 102 | U | - | - | 4.031889 |
| I.B$_{62}^{i.c.}$(0.75) | 0.344931894 | 0.036103061 | 94.191848565 | 183.345 | 102 | M | 0.045000 | - | 0.000202 |
| I.B$_{63}^{i.c.}$(0.75) | 0.341595874 | 0.178126248 | 108.059516422 | 189.81 | 106 | U | - | - | 2.639581 |
| I.B$_{64}^{i.c.}$(0.75) | 0.487778297 | 0.201771881 | 193.657854509 | 187.395 | 106 | U | - | - | 0.051712 |
| I.B$_{65}^{i.c.}$(0.75) | 0.398475281 | 0.208424652 | 133.731406204 | 188.808 | 106 | U | - | - | 5.830657 |
| I.B$_{66}^{i.c.}$(0.75) | 0.366586198 | 0.177042925 | 115.533661979 | 189.81 | 106 | M | 0.238499 | - | 0.002706 |
| I.B$_{67}^{i.c.}$(0.75) | 0.354599193 | 0.120983067 | 105.183582078 | 190.398 | 106 | M | 0.394806 | - | 0.000764 |
| I.B$_{68}^{i.c.}$(0.75) | 0.254276369 | 0.090696981 | 86.676573208 | 197.702 | 110 | M | 0.109485 | - | 0.006936 |
| I.B$_{69}^{i.c.}$(0.75) | 0.438515882 | 0.064041213 | 136.539912196 | 197.702 | 110 | U | - | - | 0.675034 |
| I.B$_{70}^{i.c.}$(0.75) | 0.349888435 | 0.092188550 | 105.490974422 | 197.68 | 110 | M | 0.398722 | - | 0.000402 |
| I.B$_{71}^{i.c.}$(0.75) | 0.319516512 | 0.266841923 | 126.337727187 | 201.388 | 114 | U | - | - | 0.117356 |
| I.B$_{72}^{i.c.}$(0.75) | 0.358840230 | 0.140942742 | 116.590613469 | 204.629 | 114 | M | 0.189835 | - | 0.001308 |
| I.B$_{73}^{i.c.}$(0.75) | 0.188210780 | 0.075999330 | 84.361099460 | 212.092 | 118 | M | 0.322045 | - | 0.001553 |
| I.B$_{74}^{i.c.}$(0.75) | 0.354356724 | 0.119716257 | 116.888460909 | 211.959 | 118 | M | 0.171823 | - | 0.000864 |
| I.B$_{75}^{i.c.}$(0.75) | 0.378909456 | 0.201447750 | 142.978142263 | 218.012 | 122 | U | - | - | 6.758231 |
| I.B$_{76}^{i.c.}$(0.75) | 0.326319944 | 0.268945147 | 138.177526719 | 215.378 | 122 | U | - | - | 7.147183 |
| I.B$_{77}^{i.c.}$(0.75) | 0.386181197 | 0.151573514 | 136.622440290 | 218.823 | 122 | U | - | - | 2.050047 |
| I.B$_{78}^{i.c.}$(0.75) | 0.350111369 | 0.093816221 | 117.191523096 | 219.241 | 122 | M | 0.167931 | - | 0.001138 |
| I.B$_{79}^{i.c.}$(0.75) | 0.336821632 | 0.181460534 | 127.411297039 | 225.529 | 126 | U | - | - | 3.898120 |
| I.B$_{80}^{i.c.}$(0.75) | 0.358218790 | 0.138223452 | 128.293304919 | 226.194 | 126 | M | 0.244844 | - | 0.001401 |
| I.B$_{81}^{i.c.}$(0.75) | 0.346268754 | 0.057844991 | 117.579686632 | 226.478 | 126 | M | 0.175826 | - | 0.000380 |
| I.B$_{82}^{i.c.}$(0.75) | 0.292238919 | 0.123363211 | 112.107912157 | 233.528 | 130 | U | - | - | 0.706199 |
| I.B$_{83}^{i.c.}$(0.75) | 0.365017690 | 0.166981453 | 139.271043160 | 232.987 | 130 | M | 0.381820 | - | 0.002551 |
| I.B$_{84}^{i.c.}$(0.75) | 0.189286668 | 0.022191186 | 94.473649668 | 240.971 | 134 | M | 0.435993 | - | 0.001977 |
| I.B$_{85}^{i.c.}$(0.75) | 0.346769651 | 0.063948668 | 129.276055144 | 248.043 | 138 | M | 0.258426 | - | 0.000186 |
| I.B$_{86}^{i.c.}$(0.75) | 0.366537088 | 0.176378005 | 150.260086045 | 247.126 | 138 | M | 0.038359 | - | 0.003709 |
| I.B$_{87}^{i.c.}$(0.75) | 0.408379020 | 0.048671567 | 153.042163986 | 248.051 | 138 | M | 0.004749 | - | 0.003087 |
| I.B$_{88}^{i.c.}$(0.75) | 0.369068691 | 0.162396548 | 153.045018981 | 254.568 | 142 | U | - | - | 0.575207 |
| I.B$_{89}^{i.c.}$(0.75) | 0.353995309 | 0.117795130 | 140.299141385 | 255.081 | 142 | M | 0.305179 | - | 0.001056 |
| I.B$_{90}^{i.c.}$(0.75) | 0.350447277 | 0.096202701 | 140.592354801 | 262.363 | 146 | M | 0.301319 | - | 0.000756 |
| I.B$_{91}^{i.c.}$(0.75) | 0.360759700 | 0.149100493 | 151.398952700 | 261.966 | 146 | M | 0.087643 | - | 0.002109 |
| I.B$_{92}^{i.c.}$(0.75) | 0.323835408 | 0.137145175 | 140.037660067 | 269.324 | 150 | M | 0.004568 | - | 0.007013 |
| I.B$_{93}^{i.c.}$(0.75) | 0.357266396 | 0.133942741 | 151.698373469 | 269.323 | 150 | M | 0.113505 | - | 0.001654 |
| I.B$_{94}^{i.c.}$(0.75) | 0.353857140 | 0.117049828 | 152.004907432 | 276.642 | 154 | M | 0.128110 | - | 0.001169 |
| I.B$_{95}^{i.c.}$(0.75) | 0.155816753 | 0.055142035 | 105.711437317 | 276.818 | 154 | M | 0.336134 | - | 0.005622 |
| I.B$_{96}^{i.c.}$(0.75) | 0.311673715 | 0.268668260 | 172.350625725 | 279.145 | 158 | U | - | - | 3.143078 |
| I.B$_{97}^{i.c.}$(0.75) | 0.360141924 | 0.146494658 | 163.107315256 | 283.535 | 158 | M | 0.476733 | - | 0.002418 |
| I.B$_{98}^{i.c.}$(0.75) | 0.366636601 | 0.179946919 | 172.896230200 | 282.847 | 158 | M | 0.091764 | - | 0.004995 |
| I.B$_{99}^{i.c.}$(0.75) | 0.190323121 | 0.109515769 | 115.234331568 | 283.684 | 158 | M | 0.282143 | - | 0.003930 |
| I.B$_{100}^{i.c.}$(0.75) | 0.395402546 | 0.088427077 | 171.755797568 | 283.926 | 158 | U | - | - | 0.085729 |
| I.B$_{101}^{i.c.}$(0.75) | 0.274101854 | 0.255403955 | 158.479065385 | 286.886 | 162 | U | - | - | 4.596944 |
| I.B$_{102}^{i.c.}$(0.75) | 0.347555147 | 0.072344403 | 152.671627581 | 291.172 | 162 | M | 0.126486 | - | 0.000481 |
| I.B$_{103}^{i.c.}$(0.75) | 0.281818646 | 0.124399191 | 140.448477911 | 298.229 | 166 | U | - | - | 0.063918 |
| I.B$_{104}^{i.c.}$(0.75) | 0.362620508 | 0.156662485 | 174.493735591 | 297.722 | 166 | M | 0.073068 | - | 0.003005 |
| I.B$_{105}^{i.c.}$(0.75) | 0.302769835 | 0.025968661 | 139.336881791 | 298.387 | 166 | M | 0.001591 | - | 0.000125 |
| I.B$_{106}^{i.c.}$(0.75) | 0.189454267 | 0.032150818 | 120.063622997 | 305.697 | 170 | M | 0.012508 | - | 0.004038 |
| I.B$_{107}^{i.c.}$(0.75) | 0.253916873 | 0.067267904 | 135.448120778 | 312.762 | 174 | M | 0.000633 | - | 0.016654 |
| I.B$_{108}^{i.c.}$(0.75) | 0.190270298 | 0.092236882 | 125.662589670 | 312.635 | 174 | U | - | - | 0.168070 |
| I.B$_{109}^{i.c.}$(0.75) | 0.361979973 | 0.154006856 | 186.212568304 | 319.296 | 178 | M | 0.363369 | - | 0.003138 |
| I.B$_{110}^{i.c.}$(0.75) | 0.366332980 | 0.182741945 | 195.341284118 | 318.565 | 178 | M | 0.198215 | - | 0.006021 |
| I.B$_{111}^{i.c.}$(0.75) | 0.366054810 | 0.172482702 | 196.905601381 | 326.034 | 182 | M | 0.260268 | - | 0.005356 |
| I.B$_{112}^{i.c.}$(0.75) | 0.350784448 | 0.098524019 | 175.692529004 | 327.046 | 182 | M | 0.003548 | - | 0.000365 |
| I.B$_{113}^{i.c.}$(0.75) | 0.304422873 | 0.135811383 | 166.199701976 | 334.023 | 186 | U | - | - | 0.099007 |
| I.B$_{114}^{i.c.}$(0.75) | 0.254261968 | 0.115255129 | 152.169758881 | 341.537 | 190 | U | - | - | 4.840254 |
| I.B$_{115}^{i.c.}$(0.75) | 0.356045134 | 0.128209935 | 198.510158082 | 355.575 | 198 | M | 0.150832 | - | 0.002225 |
| I.B$_{116}^{i.c.}$(0.75) | 0.280484790 | 0.126218771 | 170.753425576 | 362.934 | 202 | U | - | - | 0.173773 |
| I.B$_{117}^{i.c.}$(0.75) | 0.353470196 | 0.114928957 | 198.830577948 | 362.885 | 202 | M | 0.138867 | - | 0.001678 |
| I.B$_{118}^{i.c.}$(0.75) | 0.255564623 | 0.054711992 | 184.870986627 | 427.814 | 238 | M | 0.000977 | - | 0.001867 |
| I.B$_{119}^{i.c.}$(0.75) | 0.219560660 | 0.041789889 | 192.346935098 | 471.042 | 262 | M | 0.022868 | - | 0.003357 |

Table S XVII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.C, II.A, II.B and II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0)=(-1,0)=-\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0)=(v_1,v_2)=\dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0)=(0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0)=(-2v_1/m_3,-2v_2/m_3)$ when $G=1$ and $m_1=m_2=1$ and $m_3=0.75$ by means of the search grid $4000\times4000$ in the interval $T_0\in[0,200]$, where $T^*=T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element.

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.C$_1^{i.c.}$(0.75) | 0.349256801 | 0.087365876 | 164.179815127 | 309.114 | 172 | M | 0.063784 | - | 0.000613 |
| II.A$_1^{i.c.}$(0.75) | 0.045721767 | 0.415510755 | 35.778252193 | 56.7 | 32 | U | - | - | 6.387262 |
| II.A$_2^{i.c.}$(0.75) | 0.366203925 | 0.190279290 | 177.376852940 | 286.154 | 160 | M | 0.004185 | - | 0.004875 |
| II.B$_1^{i.c.}$(0.75) | 0.438128597 | 0.322036289 | 49.421348301 | 43.32 | 26 | U | - | - | 5.482308 |
| II.B$_2^{i.c.}$(0.75) | 0.010189644 | 0.448107373 | 38.735824015 | 55.005 | 30 | U | - | - | 6.298319 |
| II.B$_3^{i.c.}$(0.75) | 0.430720312 | 0.308892561 | 60.088336236 | 57.396 | 34 | U | - | - | 3.623123 |
| II.B$_4^{i.c.}$(0.75) | 0.494873301 | 0.291677578 | 89.342466742 | 62.744 | 38 | U | - | - | 4.454029 |
| II.B$_5^{i.c.}$(0.75) | 0.240077689 | 0.265352222 | 84.177306701 | 159.382 | 90 | U | - | - | 4.342292 |
| II.B$_6^{i.c.}$(0.75) | 0.492325452 | 0.216367777 | 181.803029677 | 165.584 | 94 | U | - | - | 6.923773 |
| II.B$_7^{i.c.}$(0.75) | 0.330350535 | 0.259387598 | 119.052413867 | 187.395 | 106 | U | - | - | 2.754512 |
| II.B$_8^{i.c.}$(0.75) | 0.291767241 | 0.264250266 | 130.235013123 | 223.133 | 126 | U | - | - | 4.795638 |
| II.C$_1^{i.c.}$(0.75) | 0.403577491 | 0.450614694 | 40.560900592 | 21.662 | 14 | U | - | - | 3.712169 |
| II.C$_2^{i.c.}$(0.75) | 0.132422728 | 0.562053811 | 36.193439534 | 24.808 | 14 | U | - | - | 8.219061 |
| II.C$_3^{i.c.}$(0.75) | 0.134111108 | 0.445395046 | 24.224447963 | 32.11 | 18 | U | - | - | 3.759467 |
| II.C$_4^{i.c.}$(0.75) | 0.451790448 | 0.398463833 | 48.345441835 | 26.479 | 18 | U | - | - | 4.871896 |
| II.C$_5^{i.c.}$(0.75) | 0.239304321 | 0.503383929 | 42.599850557 | 34.028 | 20 | U | - | - | 3.798857 |
| II.C$_6^{i.c.}$(0.75) | 0.111651145 | 0.245301896 | 15.291553733 | 34.906 | 20 | U | - | - | 7.200032 |
| II.C$_7^{i.c.}$(0.75) | 0.348036265 | 0.338743579 | 28.866501101 | 34.911 | 20 | U | - | - | 5.430797 |
| II.C$_8^{i.c.}$(0.75) | 0.078623943 | 0.217433124 | 14.409693830 | 34.914 | 20 | U | - | - | 7.819281 |
| II.C$_9^{i.c.}$(0.75) | 0.094907835 | 0.086131851 | 14.631616432 | 39.529 | 22 | U | - | - | 4.561756 |
| II.C$_{10}^{i.c.}$(0.75) | 0.566307423 | 0.256452785 | 81.338238948 | 36.201 | 22 | U | - | - | 3.595234 |
| II.C$_{11}^{i.c.}$(0.75) | 0.313320154 | 0.266713919 | 24.002759167 | 38.878 | 22 | M | 0.493586 | - | 0.004083 |
| II.C$_{12}^{i.c.}$(0.75) | 0.277633352 | 0.375493610 | 27.477727730 | 36.138 | 22 | U | - | - | 5.979451 |
| II.C$_{13}^{i.c.}$(0.75) | 0.397927374 | 0.442064303 | 52.240309560 | 30.782 | 22 | U | - | - | 9.385106 |
| II.C$_{14}^{i.c.}$(0.75) | 0.233764646 | 0.518476640 | 56.582138587 | 41.552 | 24 | U | - | - | 6.704497 |
| II.C$_{15}^{i.c.}$(0.75) | 0.388071601 | 0.299092430 | 41.246257372 | 48.876 | 28 | U | - | - | 7.790606 |
| II.C$_{16}^{i.c.}$(0.75) | 0.486529217 | 0.308909158 | 66.390689468 | 45.926 | 28 | U | - | - | 4.210634 |
| II.C$_{17}^{i.c.}$(0.75) | 0.110450035 | 0.041926439 | 19.854989863 | 54.017 | 30 | U | - | - | 4.539637 |
| II.C$_{18}^{i.c.}$(0.75) | 0.488235066 | 0.216589220 | 56.737951265 | 52.865 | 30 | U | - | - | 3.291909 |
| II.C$_{19}^{i.c.}$(0.75) | 0.474033364 | 0.295356836 | 63.589678848 | 50.38 | 30 | U | - | - | 3.510825 |
| II.C$_{20}^{i.c.}$(0.75) | 0.165797716 | 0.245508307 | 26.099700878 | 56.742 | 32 | U | - | - | 3.716888 |
| II.C$_{21}^{i.c.}$(0.75) | 0.102934345 | 0.095903570 | 21.441676126 | 57.375 | 32 | U | - | - | 4.710940 |
| II.C$_{22}^{i.c.}$(0.75) | 0.364293357 | 0.273182711 | 43.360766266 | 59.855 | 34 | U | - | - | 3.499160 |
| II.C$_{23}^{i.c.}$(0.75) | 0.426362953 | 0.297205250 | 56.583445129 | 57.398 | 34 | U | - | - | 5.298230 |
| II.C$_{24}^{i.c.}$(0.75) | 0.259935593 | 0.256341841 | 34.313184006 | 63.752 | 36 | U | - | - | 0.933673 |
| II.C$_{25}^{i.c.}$(0.75) | 0.108160551 | 0.225073808 | 27.047140754 | 63.765 | 36 | U | - | - | 5.470878 |
| II.C$_{26}^{i.c.}$(0.75) | 0.334562117 | 0.280592539 | 45.049750970 | 66.843 | 38 | U | - | - | 5.664629 |
| II.C$_{27}^{i.c.}$(0.75) | 0.455907052 | 0.238921800 | 64.081370905 | 66.847 | 38 | U | - | - | 6.113985 |
| II.C$_{28}^{i.c.}$(0.75) | 0.420071301 | 0.250386336 | 56.176093075 | 66.862 | 38 | U | - | - | 3.258899 |
| II.C$_{29}^{i.c.}$(0.75) | 0.165715667 | 0.115520859 | 27.071444855 | 68.14 | 38 | U | - | - | 0.858653 |
| II.C$_{30}^{i.c.}$(0.75) | 0.210816803 | 0.456683109 | 61.268673913 | 68.034 | 40 | U | - | - | 6.422410 |
| II.C$_{31}^{i.c.}$(0.75) | 0.329730451 | 0.258519945 | 44.797154888 | 70.759 | 40 | U | - | - | 3.074086 |
| II.C$_{32}^{i.c.}$(0.75) | 0.459768984 | 0.110599261 | 56.080878605 | 71.891 | 40 | U | - | - | 5.319226 |
| II.C$_{33}^{i.c.}$(0.75) | 0.445524544 | 0.289479120 | 70.860979651 | 67.167 | 40 | U | - | - | 7.563091 |
| II.C$_{34}^{i.c.}$(0.75) | 0.217762320 | 0.436509272 | 54.801663768 | 65.608 | 40 | U | - | - | 11.074797 |
| II.C$_{35}^{i.c.}$(0.75) | 0.361075081 | 0.416241309 | 81.488870022 | 68.038 | 40 | U | - | - | 5.908929 |
| II.C$_{36}^{i.c.}$(0.75) | 0.321186155 | 0.109500910 | 38.076703880 | 75.462 | 42 | M | 0.058768 | - | 0.000489 |
| II.C$_{37}^{i.c.}$(0.75) | 0.479990374 | 0.209017189 | 78.338357961 | 77.757 | 44 | M | 0.315841 | - | 0.004620 |
| II.C$_{38}^{i.c.}$(0.75) | 0.398487325 | 0.385911802 | 95.437857654 | 77.672 | 46 | U | - | - | 5.295712 |
| II.C$_{39}^{i.c.}$(0.75) | 0.341910078 | 0.196441541 | 48.091410541 | 82.226 | 46 | U | - | - | 0.269435 |
| II.C$_{40}^{i.c.}$(0.75) | 0.183128097 | 0.252728401 | 38.756538693 | 81.609 | 46 | U | - | - | 2.691175 |
| II.C$_{41}^{i.c.}$(0.75) | 0.466833945 | 0.219600982 | 81.780534737 | 84.753 | 48 | U | - | - | 4.088000 |
| II.C$_{42}^{i.c.}$(0.75) | 0.269565405 | 0.165386571 | 41.204798888 | 86.007 | 48 | U | - | - | 3.913695 |
| II.C$_{43}^{i.c.}$(0.75) | 0.247171610 | 0.459180162 | 84.691116070 | 85.058 | 50 | S | 0.231946 | 0.020673 | - |
| II.C$_{44}^{i.c.}$(0.75) | 0.234899302 | 0.049670144 | 37.575209251 | 89.884 | 50 | U | - | - | 0.163202 |
| II.C$_{45}^{i.c.}$(0.75) | 0.460793054 | 0.225823787 | 87.199239523 | 91.746 | 52 | U | - | - | 4.232575 |
| II.C$_{46}^{i.c.}$(0.75) | 0.493565832 | 0.209952147 | 99.845722023 | 91.744 | 52 | U | - | - | 1.451668 |
| II.C$_{47}^{i.c.}$(0.75) | 0.231270371 | 0.265147436 | 49.743954186 | 95.631 | 54 | U | - | - | 3.250243 |
| II.C$_{48}^{i.c.}$(0.75) | 0.431199195 | 0.329894304 | 101.291366183 | 89.267 | 54 | U | - | - | 9.149740 |
| II.C$_{49}^{i.c.}$(0.75) | 0.278646498 | 0.491244252 | 122.343090193 | 92.589 | 54 | U | - | - | 9.141640 |
| II.C$_{50}^{i.c.}$(0.75) | 0.259176496 | 0.146422010 | 46.365859846 | 100.521 | 56 | U | - | - | 2.319637 |

Table S XVIII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.75$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element.

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.$C_{51}^{i.c.}$(0.75) | 0.329224508 | 0.270063700 | 64.001559708 | 98.738 | 56 | U | - | - | 2.403967 |
| II.$C_{52}^{i.c.}$(0.75) | 0.176114894 | 0.252517652 | 46.822835449 | 99.462 | 56 | U | - | - | 5.524769 |
| II.$C_{53}^{i.c.}$(0.75) | 0.283228810 | 0.202975528 | 51.639812990 | 100.115 | 56 | U | - | - | 6.021862 |
| II.$C_{54}^{i.c.}$(0.75) | 0.373455063 | 0.201697484 | 64.558648176 | 100.079 | 56 | U | - | - | 2.808048 |
| II.$C_{55}^{i.c.}$(0.75) | 0.107945380 | 0.101738515 | 37.652255023 | 100.118 | 56 | U | - | - | 5.321941 |
| II.$C_{56}^{i.c.}$(0.75) | 0.289361574 | 0.173285196 | 52.156422822 | 103.868 | 58 | U | - | - | 5.501202 |
| II.$C_{57}^{i.c.}$(0.75) | 0.273949061 | 0.111247610 | 49.534758774 | 107.81 | 60 | M | 0.007736 | - | 0.011429 |
| II.$C_{58}^{i.c.}$(0.75) | 0.314302544 | 0.453716764 | 123.007505260 | 102.059 | 60 | U | - | - | 7.963294 |
| II.$C_{59}^{i.c.}$(0.75) | 0.444219262 | 0.237870582 | 95.664618586 | 105.733 | 60 | U | - | - | 5.708204 |
| II.$C_{60}^{i.c.}$(0.75) | 0.112104853 | 0.093344702 | 40.388238315 | 107.616 | 60 | U | - | - | 5.589843 |
| II.$C_{61}^{i.c.}$(0.75) | 0.365426176 | 0.415653514 | 124.292945033 | 102.061 | 60 | U | - | - | 6.975600 |
| II.$C_{62}^{i.c.}$(0.75) | 0.283428446 | 0.271443315 | 63.761053589 | 109.638 | 62 | U | - | - | 5.213287 |
| II.$C_{63}^{i.c.}$(0.75) | 0.474898789 | 0.211333381 | 108.126447044 | 109.638 | 62 | U | - | - | 1.654195 |
| II.$C_{64}^{i.c.}$(0.75) | 0.236884554 | 0.116801041 | 49.921999110 | 114.999 | 64 | S | 0.302209 | 0.146214 | - |
| II.$C_{65}^{i.c.}$(0.75) | 0.403967971 | 0.257756963 | 90.457693711 | 112.726 | 64 | U | - | - | 6.097878 |
| II.$C_{66}^{i.c.}$(0.75) | 0.328463891 | 0.277138324 | 74.090311913 | 112.719 | 64 | U | - | - | 5.553013 |
| II.$C_{67}^{i.c.}$(0.75) | 0.495433140 | 0.213997041 | 125.259948123 | 112.719 | 64 | U | - | - | 4.295118 |
| II.$C_{68}^{i.c.}$(0.75) | 0.325666482 | 0.187707613 | 65.372638644 | 117.933 | 66 | U | - | - | 3.813327 |
| II.$C_{69}^{i.c.}$(0.75) | 0.217744454 | 0.448997274 | 98.560608153 | 111.692 | 66 | U | - | - | 8.735540 |
| II.$C_{70}^{i.c.}$(0.75) | 0.111616636 | 0.078723599 | 45.489653866 | 122.12 | 68 | U | - | - | 6.134617 |
| II.$C_{71}^{i.c.}$(0.75) | 0.216679409 | 0.262740514 | 60.982065433 | 120.507 | 68 | U | - | - | 5.456625 |
| II.$C_{72}^{i.c.}$(0.75) | 0.450534779 | 0.040726075 | 87.507409914 | 122.244 | 68 | U | - | - | 0.552032 |
| II.$C_{73}^{i.c.}$(0.75) | 0.323662496 | 0.432184427 | 132.556344570 | 119.08 | 70 | U | - | - | 1.741260 |
| II.$C_{74}^{i.c.}$(0.75) | 0.310048248 | 0.432843753 | 126.484122001 | 119.076 | 70 | U | - | - | 4.443526 |
| II.$C_{75}^{i.c.}$(0.75) | 0.452001517 | 0.226030246 | 112.718912160 | 123.633 | 70 | U | - | - | 4.884598 |
| II.$C_{76}^{i.c.}$(0.75) | 0.378429883 | 0.249537671 | 88.829812686 | 123.634 | 70 | U | - | - | 5.420529 |
| II.$C_{77}^{i.c.}$(0.75) | 0.300206861 | 0.259566058 | 75.153017060 | 127.505 | 72 | U | - | - | 3.118654 |
| II.$C_{78}^{i.c.}$(0.75) | 0.503439207 | 0.188158708 | 139.726517920 | 127.518 | 72 | U | - | - | 2.787784 |
| II.$C_{79}^{i.c.}$(0.75) | 0.279279308 | 0.145247114 | 63.467280934 | 132.888 | 74 | U | - | - | 4.250046 |
| II.$C_{80}^{i.c.}$(0.75) | 0.170494632 | 0.465253747 | 109.729045427 | 126.546 | 74 | U | - | - | 7.797031 |
| II.$C_{81}^{i.c.}$(0.75) | 0.388693095 | 0.199647639 | 91.623124694 | 135.788 | 76 | U | - | - | 4.336068 |
| II.$C_{82}^{i.c.}$(0.75) | 0.298020065 | 0.267370202 | 80.152785006 | 134.516 | 76 | U | - | - | 1.621337 |
| II.$C_{83}^{i.c.}$(0.75) | 0.209206721 | 0.481227077 | 130.516532040 | 128.641 | 76 | U | - | - | 6.496393 |
| II.$C_{84}^{i.c.}$(0.75) | 0.120698881 | 0.096856660 | 51.531762198 | 136.261 | 76 | U | - | - | 5.650904 |
| II.$C_{85}^{i.c.}$(0.75) | 0.201765981 | 0.131513843 | 57.033507476 | 136.28 | 76 | U | - | - | 0.207818 |
| II.$C_{86}^{i.c.}$(0.75) | 0.449381445 | 0.074785188 | 101.626527038 | 140.162 | 78 | U | - | - | 0.442574 |
| II.$C_{87}^{i.c.}$(0.75) | 0.480009264 | 0.219651182 | 142.230139151 | 137.618 | 78 | U | - | - | 3.626494 |
| II.$C_{88}^{i.c.}$(0.75) | 0.498472834 | 0.202998707 | 151.526084891 | 137.617 | 78 | U | - | - | 3.944383 |
| II.$C_{89}^{i.c.}$(0.75) | 0.113237353 | 0.084840154 | 52.349226497 | 139.989 | 78 | U | - | - | 6.271851 |
| II.$C_{90}^{i.c.}$(0.75) | 0.211958010 | 0.261938226 | 72.946903264 | 145.383 | 82 | U | - | - | 6.631968 |
| II.$C_{91}^{i.c.}$(0.75) | 0.355562439 | 0.251959230 | 99.776266066 | 148.518 | 84 | U | - | - | 5.560885 |
| II.$C_{92}^{i.c.}$(0.75) | 0.332016386 | 0.269772173 | 98.955738972 | 151.603 | 86 | U | - | - | 6.819320 |
| II.$C_{93}^{i.c.}$(0.75) | 0.339046692 | 0.277268263 | 102.679784321 | 151.602 | 86 | U | - | - | 5.846479 |
| II.$C_{94}^{i.c.}$(0.75) | 0.392386930 | 0.198268868 | 104.704088951 | 153.642 | 86 | U | - | - | 4.083615 |
| II.$C_{95}^{i.c.}$(0.75) | 0.113307397 | 0.072173688 | 57.444331984 | 154.48 | 86 | U | - | - | 6.850677 |
| II.$C_{96}^{i.c.}$(0.75) | 0.308779162 | 0.172736070 | 80.568906501 | 154.124 | 86 | U | - | - | 6.491007 |
| II.$C_{97}^{i.c.}$(0.75) | 0.193526847 | 0.257633563 | 75.820623926 | 156.235 | 88 | U | - | - | 7.478101 |
| II.$C_{98}^{i.c.}$(0.75) | 0.293726966 | 0.131005359 | 76.606932769 | 158.064 | 88 | U | - | - | 0.287188 |
| II.$C_{99}^{i.c.}$(0.75) | 0.311964158 | 0.435329859 | 165.796111079 | 153.101 | 90 | U | - | - | 3.584004 |
| II.$C_{100}^{i.c.}$(0.75) | 0.256009977 | 0.448840414 | 148.397500579 | 153.097 | 90 | U | - | - | 4.527674 |
| II.$C_{101}^{i.c.}$(0.75) | 0.328261051 | 0.430050777 | 171.600871113 | 153.101 | 90 | U | - | - | 4.769816 |
| II.$C_{102}^{i.c.}$(0.75) | 0.121298642 | 0.068308187 | 61.682300691 | 165.249 | 92 | U | - | - | 5.100930 |
| II.$C_{103}^{i.c.}$(0.75) | 0.320110456 | 0.261200047 | 103.302106060 | 166.396 | 94 | U | - | - | 3.406715 |
| II.$C_{104}^{i.c.}$(0.75) | 0.327900029 | 0.276379766 | 108.481823370 | 165.584 | 94 | U | - | - | 5.412319 |
| II.$C_{105}^{i.c.}$(0.75) | 0.308483927 | 0.162991567 | 87.080596121 | 168.638 | 94 | U | - | - | 6.152216 |
| II.$C_{106}^{i.c.}$(0.75) | 0.268829615 | 0.118183299 | 78.957510701 | 172.516 | 96 | U | - | - | 0.127213 |
| II.$C_{107}^{i.c.}$(0.75) | 0.415299166 | 0.119732911 | 116.682026001 | 175.958 | 98 | M | 0.003746 | - | 0.021671 |
| II.$C_{108}^{i.c.}$(0.75) | 0.286456306 | 0.274095003 | 103.905017820 | 176.499 | 100 | U | - | - | 6.164375 |
| II.$C_{109}^{i.c.}$(0.75) | 0.312070569 | 0.272059802 | 109.885740000 | 176.499 | 100 | U | - | - | 6.850661 |
| II.$C_{110}^{i.c.}$(0.75) | 0.339329613 | 0.255412107 | 116.479785010 | 180.397 | 102 | U | - | - | 4.067880 |

Table S XIX. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 0.75$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$^{i.c.}_{111}$(0.75) | 0.118189550 | 0.075897764 | 68.425133233 | 183.131 | 102 | U | - | - | 6.058905 |
| II.C$^{i.c.}_{112}$(0.75) | 0.376223707 | 0.252510695 | 131.737953761 | 183.494 | 104 | U | - | - | 5.345318 |
| II.C$^{i.c.}_{113}$(0.75) | 0.396021752 | 0.195981542 | 130.126366979 | 189.352 | 106 | U | - | - | 6.461355 |
| II.C$^{i.c.}_{114}$(0.75) | 0.279446102 | 0.067883059 | 86.201848410 | 190.525 | 106 | M | 0.000554 | - | 0.001012 |
| II.C$^{i.c.}_{115}$(0.75) | 0.219380664 | 0.260619859 | 96.810209787 | 191.261 | 108 | U | - | - | 4.948188 |
| II.C$^{i.c.}_{116}$(0.75) | 0.358436330 | 0.249669011 | 131.093746440 | 194.391 | 110 | U | - | - | 4.971183 |
| II.C$^{i.c.}_{117}$(0.75) | 0.255538096 | 0.250536905 | 104.720773353 | 198.265 | 112 | U | - | - | 4.957643 |
| II.C$^{i.c.}_{118}$(0.75) | 0.271771748 | 0.121182675 | 94.476670918 | 204.869 | 114 | U | - | - | 0.949941 |
| II.C$^{i.c.}_{119}$(0.75) | 0.455711692 | 0.224365105 | 186.125101307 | 201.389 | 114 | U | - | - | 9.134178 |
| II.C$^{i.c.}_{120}$(0.75) | 0.336804666 | 0.260196137 | 130.439890813 | 201.388 | 114 | U | - | - | 3.456442 |
| II.C$^{i.c.}_{121}$(0.75) | 0.471614827 | 0.216935915 | 197.847804743 | 201.39 | 114 | U | - | - | 8.708618 |
| II.C$^{i.c.}_{122}$(0.75) | 0.198316452 | 0.128922829 | 85.012165066 | 204.42 | 114 | U | - | - | 1.438820 |
| II.C$^{i.c.}_{123}$(0.75) | 0.431429643 | 0.108581406 | 144.812825925 | 208.309 | 116 | U | - | - | 0.133564 |
| II.C$^{i.c.}_{124}$(0.75) | 0.398476826 | 0.083300147 | 126.883476902 | 208.462 | 116 | M | 0.003299 | - | 0.000854 |
| II.C$^{i.c.}_{125}$(0.75) | 0.350836921 | 0.149911635 | 119.249510142 | 211.73 | 118 | M | 0.004697 | - | 0.000612 |
| II.C$^{i.c.}_{126}$(0.75) | 0.238202926 | 0.460000238 | 199.310178259 | 204.138 | 120 | U | - | - | 1.109374 |
| II.C$^{i.c.}_{127}$(0.75) | 0.353971334 | 0.184451770 | 127.459295732 | 214.729 | 120 | M | 0.002246 | - | 0.006618 |
| II.C$^{i.c.}_{128}$(0.75) | 0.467906592 | 0.049237080 | 169.301572493 | 219.318 | 122 | U | - | - | 3.303938 |
| II.C$^{i.c.}_{129}$(0.75) | 0.289758765 | 0.132256813 | 107.242686701 | 222.768 | 124 | U | - | - | 1.130420 |
| II.C$^{i.c.}_{130}$(0.75) | 0.319435093 | 0.143765393 | 117.209030883 | 226.198 | 126 | U | - | - | 0.064762 |
| II.C$^{i.c.}_{131}$(0.75) | 0.285606790 | 0.266460128 | 129.052029363 | 223.134 | 126 | U | - | - | 2.952797 |
| II.C$^{i.c.}_{132}$(0.75) | 0.317218054 | 0.264198943 | 140.324570551 | 226.273 | 128 | U | - | - | 1.709076 |
| II.C$^{i.c.}_{133}$(0.75) | 0.350009371 | 0.185654978 | 136.811426753 | 232.586 | 130 | M | 0.002270 | - | 0.024442 |
| II.C$^{i.c.}_{134}$(0.75) | 0.240249673 | 0.039289728 | 99.693411972 | 237.292 | 132 | U | - | - | 0.265168 |
| II.C$^{i.c.}_{135}$(0.75) | 0.368522164 | 0.030459278 | 131.289934936 | 240.865 | 134 | M | 0.002705 | - | 0.000098 |
| II.C$^{i.c.}_{136}$(0.75) | 0.297658743 | 0.271572191 | 144.315744013 | 240.266 | 136 | U | - | - | 4.388319 |
| II.C$^{i.c.}_{137}$(0.75) | 0.381875710 | 0.199365327 | 162.739247119 | 246.68 | 138 | U | - | - | 4.248346 |
| II.C$^{i.c.}_{138}$(0.75) | 0.374965075 | 0.187264629 | 158.624979464 | 250.442 | 140 | M | 0.003896 | - | 0.019406 |
| II.C$^{i.c.}_{139}$(0.75) | 0.253311721 | 0.076511873 | 110.890922711 | 255.234 | 142 | M | 0.000605 | - | 0.001764 |
| II.C$^{i.c.}_{140}$(0.75) | 0.293854862 | 0.109978765 | 123.301372582 | 258.731 | 144 | M | 0.200651 | - | 0.000784 |
| II.C$^{i.c.}_{141}$(0.75) | 0.341887000 | 0.151332002 | 144.405766632 | 261.966 | 146 | M | 0.023423 | - | 0.000979 |
| II.C$^{i.c.}_{142}$(0.75) | 0.356898670 | 0.178916298 | 157.334520594 | 264.987 | 148 | M | 0.003120 | - | 0.003965 |
| II.C$^{i.c.}_{143}$(0.75) | 0.350704899 | 0.187917228 | 158.633707772 | 268.298 | 150 | M | 0.002993 | - | 0.011556 |
| II.C$^{i.c.}_{144}$(0.75) | 0.428991212 | 0.074092953 | 183.215874977 | 273.162 | 152 | M | 0.007441 | - | 0.038977 |
| II.C$^{i.c.}_{145}$(0.75) | 0.205252746 | 0.056270935 | 110.058624706 | 273.334 | 152 | M | 0.377923 | - | 0.016579 |
| II.C$^{i.c.}_{146}$(0.75) | 0.415302522 | 0.126129971 | 184.527218135 | 276.437 | 154 | U | - | - | 0.138502 |
| II.C$^{i.c.}_{147}$(0.75) | 0.398528563 | 0.107894631 | 171.588012321 | 276.644 | 154 | M | 0.005195 | - | 0.002378 |
| II.C$^{i.c.}_{148}$(0.75) | 0.258772185 | 0.260368925 | 155.242999558 | 286.883 | 162 | U | - | - | 0.666445 |
| II.C$^{i.c.}_{149}$(0.75) | 0.301592857 | 0.071792367 | 137.682384084 | 291.173 | 162 | M | 0.001523 | - | 0.000219 |
| II.C$^{i.c.}_{150}$(0.75) | 0.424031794 | 0.088101052 | 193.633444717 | 291.079 | 162 | S | 0.167139 | 0.007679 | - |
| II.C$^{i.c.}_{151}$(0.75) | 0.382994490 | 0.119804504 | 176.014237350 | 294.549 | 164 | M | 0.004803 | - | 0.001420 |
| II.C$^{i.c.}_{152}$(0.75) | 0.131393923 | 0.090257927 | 114.527682716 | 301.563 | 168 | U | - | - | 3.848487 |
| II.C$^{i.c.}_{153}$(0.75) | 0.408986076 | 0.042238414 | 188.467096524 | 305.576 | 170 | M | 0.006342 | - | 0.000998 |
| II.C$^{i.c.}_{154}$(0.75) | 0.317660534 | 0.088548294 | 152.555868660 | 309.114 | 172 | M | 0.002141 | - | 0.001015 |
| II.C$^{i.c.}_{155}$(0.75) | 0.371225153 | 0.199408528 | 198.546354798 | 311.052 | 174 | U | - | - | 2.289689 |
| II.C$^{i.c.}_{156}$(0.75) | 0.391899687 | 0.143224865 | 196.491787553 | 312.203 | 174 | M | 0.035805 | - | 0.003406 |
| II.C$^{i.c.}_{157}$(0.75) | 0.205098543 | 0.100577825 | 128.528206087 | 312.635 | 174 | M | 0.142718 | - | 0.004809 |
| II.C$^{i.c.}_{158}$(0.75) | 0.341911673 | 0.182690273 | 182.644004164 | 318.564 | 178 | U | - | - | 0.072345 |
| II.C$^{i.c.}_{159}$(0.75) | 0.283043479 | 0.074475151 | 147.792600757 | 323.523 | 180 | M | 0.001317 | - | 0.001332 |
| II.C$^{i.c.}_{160}$(0.75) | 0.277633585 | 0.133844374 | 154.084756120 | 327.078 | 182 | U | - | - | 4.117023 |
| II.C$^{i.c.}_{161}$(0.75) | 0.286535893 | 0.120020940 | 161.616718888 | 341.339 | 190 | M | 0.004590 | - | 0.008599 |
| II.C$^{i.c.}_{162}$(0.75) | 0.270017029 | 0.112274883 | 162.451890055 | 355.781 | 198 | U | - | - | 1.061662 |
| II.C$^{i.c.}_{163}$(0.75) | 0.304792719 | 0.055563775 | 176.711845919 | 373.871 | 208 | M | 0.002362 | - | 0.000880 |
| II.C$^{i.c.}_{164}$(0.75) | 0.138066420 | 0.067007848 | 142.549331403 | 377.36 | 210 | U | - | - | 2.928029 |
| II.C$^{i.c.}_{165}$(0.75) | 0.245484102 | 0.118679575 | 166.214576643 | 377.36 | 210 | U | - | - | 3.273042 |
| II.C$^{i.c.}_{166}$(0.75) | 0.317495219 | 0.073271461 | 191.675572043 | 391.823 | 218 | M | 0.002949 | - | 0.000801 |
| II.C$^{i.c.}_{167}$(0.75) | 0.169626128 | 0.100420018 | 171.616245699 | 434.47 | 242 | M | 0.372920 | - | 0.007066 |
| II.C$^{i.c.}_{168}$(0.75) | 0.204493578 | 0.080133788 | 178.187354262 | 438.633 | 244 | M | 0.234966 | - | 0.003862 |
| II.C$^{i.c.}_{169}$(0.75) | 0.219624878 | 0.065156605 | 196.791391330 | 478.244 | 266 | U | - | - | 1.978250 |

Table S XX. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 2$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_{1}^{i.c.}$(2) | 0.664910758 | 0.832416786 | 12.648906151 | 42.121 | 8 | M | 0.459173 | - | 0.000668 |
| I.A$_{2}^{i.c.}$(2) | 0.665625023 | 0.496528901 | 11.776060148 | 64.923 | 12 | M | 0.341026 | - | 0.000225 |
| I.A$_{3}^{i.c.}$(2) | 0.682528727 | 0.617444406 | 36.676238259 | 172.376 | 32 | U | - | - | 1.270032 |
| I.A$_{4}^{i.c.}$(2) | 0.699468358 | 0.349880708 | 36.560789289 | 216.851 | 40 | M | 0.052357 | - | 0.002914 |
| I.A$_{5}^{i.c.}$(2) | 0.408545244 | 0.039978123 | 28.106145673 | 238.731 | 44 | M | 0.117471 | - | 0.000989 |
| I.A$_{6}^{i.c.}$(2) | 0.692544484 | 0.703830669 | 63.111134889 | 256.991 | 48 | M | 0.032351 | - | 0.007711 |
| I.A$_{7}^{i.c.}$(2) | 0.685262187 | 0.640326296 | 61.654921731 | 279.758 | 52 | U | - | - | 2.277723 |
| I.A$_{8}^{i.c.}$(2) | 0.678688059 | 0.571266338 | 60.394584777 | 302.292 | 56 | M | 0.264963 | - | 0.003523 |
| I.A$_{9}^{i.c.}$(2) | 0.752035691 | 0.582670157 | 68.525915465 | 302.31 | 56 | U | - | - | 4.491508 |
| I.A$_{10}^{i.c.}$(2) | 0.773116019 | 0.421786804 | 68.490177135 | 346.809 | 64 | U | - | - | 1.355967 |
| I.A$_{11}^{i.c.}$(2) | 0.625853097 | 0.684987691 | 78.687613054 | 364.377 | 68 | U | - | - | 3.878734 |
| I.A$_{12}^{i.c.}$(2) | 0.668717692 | 0.311344744 | 58.510143695 | 368.722 | 68 | M | 0.497702 | - | 0.000216 |
| I.A$_{13}^{i.c.}$(2) | 0.521933152 | 0.153783342 | 50.554944404 | 390.548 | 72 | M | 0.008596 | - | 0.002605 |
| I.A$_{14}^{i.c.}$(2) | 0.648406699 | 0.597155241 | 81.031856245 | 409.726 | 76 | U | - | - | 0.364984 |
| I.A$_{15}^{i.c.}$(2) | 0.680749631 | 0.551257916 | 84.630843008 | 432.167 | 80 | M | 0.454213 | - | 0.004201 |
| I.A$_{16}^{i.c.}$(2) | 0.650810387 | 0.683424744 | 105.231292000 | 471.737 | 88 | M | 0.475486 | - | 0.016330 |
| I.A$_{17}^{i.c.}$(2) | 0.686954292 | 0.655998268 | 111.737524236 | 494.496 | 92 | U | - | - | 1.709991 |
| I.A$_{18}^{i.c.}$(2) | 0.466590031 | 0.278547086 | 67.356938540 | 520.654 | 96 | U | - | - | 0.118094 |
| I.A$_{19}^{i.c.}$(2) | 0.653485353 | 0.186583009 | 80.199647105 | 542.402 | 100 | M | 0.093034 | - | 0.000472 |
| I.A$_{20}^{i.c.}$(2) | 0.664066588 | 0.680522069 | 131.124877020 | 579.098 | 108 | U | - | - | 0.697903 |
| I.A$_{21}^{i.c.}$(2) | 0.659777879 | 0.451373651 | 104.869766951 | 606.485 | 112 | M | 0.007970 | - | 0.001900 |
| I.A$_{22}^{i.c.}$(2) | 0.647152065 | 0.402033225 | 103.014801889 | 628.563 | 116 | M | 0.128947 | - | 0.001132 |
| I.A$_{23}^{i.c.}$(2) | 0.662628652 | 0.283954498 | 104.456304976 | 672.449 | 124 | M | 0.360647 | - | 0.000573 |
| I.A$_{24}^{i.c.}$(2) | 0.525364452 | 0.272530384 | 90.801674805 | 672.47 | 124 | M | 0.085378 | - | 0.005412 |
| I.A$_{25}^{i.c.}$(2) | 0.546605893 | 0.520240742 | 112.282600871 | 691.899 | 128 | U | - | - | 0.123251 |
| I.A$_{26}^{i.c.}$(2) | 0.452470915 | 0.193791319 | 86.295069441 | 694.359 | 128 | U | - | - | 0.130776 |
| I.A$_{27}^{i.c.}$(2) | 0.738558223 | 0.462358926 | 143.032782221 | 736.36 | 136 | U | - | - | 1.875653 |
| I.A$_{28}^{i.c.}$(2) | 0.517845398 | 0.452379220 | 109.886678178 | 736.361 | 136 | U | - | - | 0.172241 |
| I.A$_{29}^{i.c.}$(2) | 0.689597362 | 0.679559811 | 186.618286636 | 793.825 | 148 | M | 0.097038 | - | 0.032081 |
| I.A$_{30}^{i.c.}$(2) | 0.741773728 | 0.557635579 | 172.686218887 | 799.409 | 148 | M | 0.418703 | - | 0.001047 |
| I.A$_{31}^{i.c.}$(2) | 0.678784802 | 0.332457748 | 130.434552221 | 802.428 | 148 | M | 0.375454 | - | 0.000981 |
| I.A$_{32}^{i.c.}$(2) | 0.494291623 | 0.312209670 | 107.637855860 | 802.502 | 148 | U | - | - | 0.099811 |
| I.A$_{33}^{i.c.}$(2) | 0.661619245 | 0.277398594 | 127.491090012 | 824.31 | 152 | M | 0.208045 | - | 0.000606 |
| I.A$_{34}^{i.c.}$(2) | 0.497241250 | 0.203145742 | 108.901811824 | 846.169 | 156 | M | 0.016159 | - | 0.007249 |
| I.A$_{35}^{i.c.}$(2) | 0.445773129 | 0.107671311 | 105.347928443 | 867.997 | 160 | U | - | - | 0.430837 |
| I.A$_{36}^{i.c.}$(2) | 0.580792259 | 0.431247653 | 138.419261007 | 888.319 | 164 | U | - | - | 0.468362 |
| I.A$_{37}^{i.c.}$(2) | 0.645045009 | 0.397974378 | 148.403575388 | 910.372 | 168 | M | 0.129364 | - | 0.000002 |
| I.A$_{38}^{i.c.}$(2) | 0.605980324 | 0.513842615 | 163.355596326 | 951.591 | 176 | M | 0.128273 | - | 0.020985 |
| I.A$_{39}^{i.c.}$(2) | 0.666805068 | 0.522053021 | 177.281267293 | 951.589 | 176 | M | 0.194018 | - | 0.009461 |
| I.A$_{40}^{i.c.}$(2) | 0.530675426 | 0.303955531 | 131.312689359 | 954.331 | 176 | M | 0.252114 | - | 0.010144 |
| I.A$_{41}^{i.c.}$(2) | 0.672009061 | 0.320379371 | 152.789156594 | 954.299 | 176 | M | 0.060331 | - | 0.000843 |
| I.A$_{42}^{i.c.}$(2) | 0.475071312 | 0.260229781 | 126.118005995 | 976.273 | 180 | U | - | - | 0.406097 |
| I.A$_{43}^{i.c.}$(2) | 0.634983718 | 0.467875683 | 169.549778579 | 996.045 | 184 | M | 0.078943 | - | 0.012356 |
| I.A$_{44}^{i.c.}$(2) | 0.546976816 | 0.210617350 | 134.043158951 | 997.999 | 184 | M | 0.003376 | - | 0.006976 |
| I.A$_{45}^{i.c.}$(2) | 0.436359817 | 0.206794792 | 123.214249434 | 998.179 | 184 | M | 0.274413 | - | 0.009873 |
| I.A$_{46}^{i.c.}$(2) | 0.510579020 | 0.438124771 | 149.396626263 | 1018.209 | 188 | U | - | - | 0.842977 |
| I.A$_{47}^{i.c.}$(2) | 0.482635087 | 0.135693181 | 127.605751501 | 1019.813 | 188 | U | - | - | 0.080389 |
| I.A$_{48}^{i.c.}$(2) | 0.658163771 | 0.441920577 | 174.338769106 | 1018.181 | 188 | M | 0.048130 | - | 0.002349 |
| I.A$_{49}^{i.c.}$(2) | 0.620895775 | 0.379867438 | 166.467400483 | 1062.279 | 196 | M | 0.383934 | - | 0.004513 |
| I.A$_{50}^{i.c.}$(2) | 0.528376590 | 0.501399724 | 169.587621284 | 1081.461 | 200 | U | - | - | 3.096888 |

Table S XXI. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A and I.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1,0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 2$ by means of the search grid 4000 × 4000 in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_{51}^{i.c.}$(2) | 0.548529620 | 0.465195617 | 174.530250000 | 1125.911 | 208 | U | - | - | 0.367323 |
| I.A$_{52}^{i.c.}$(2) | 0.504848741 | 0.258160682 | 148.927177860 | 1128.085 | 208 | U | - | - | 0.437266 |
| I.A$_{53}^{i.c.}$(2) | 0.660514540 | 0.269339009 | 173.584670119 | 1128.03 | 208 | M | 0.345384 | - | 0.000803 |
| I.A$_{54}^{i.c.}$(2) | 0.465356319 | 0.211820833 | 144.987397969 | 1149.975 | 212 | M | 0.052396 | - | 0.028709 |
| I.A$_{55}^{i.c.}$(2) | 0.556386886 | 0.422764246 | 176.927401783 | 1170.145 | 216 | U | - | - | 0.996722 |
| I.A$_{56}^{i.c.}$(2) | 0.636054465 | 0.300181919 | 191.253922370 | 1258.032 | 232 | M | 0.002470 | - | 0.000937 |
| I.A$_{57}^{i.c.}$(2) | 0.660178017 | 0.266683338 | 196.636808452 | 1279.89 | 236 | M | 0.085965 | - | 0.001223 |
| I.A$_{58}^{i.c.}$(2) | 0.561993392 | 0.166861575 | 177.779190407 | 1323.487 | 244 | M | 0.000255 | - | 0.010289 |
| I.A$_{59}^{i.c.}$(2) | 0.430162265 | 0.090062717 | 161.257989822 | 1345.457 | 248 | U | - | - | 0.289920 |
| I.A$_{60}^{i.c.}$(2) | 0.570707362 | 0.314009573 | 198.934555211 | 1388.021 | 256 | M | 0.038135 | - | 0.014975 |
| I.A$_{61}^{i.c.}$(2) | 0.447573190 | 0.216215262 | 181.325283540 | 1453.79 | 268 | U | - | - | 0.916825 |
| I.A$_{62}^{i.c.}$(2) | 0.480727469 | 0.173786419 | 186.004975966 | 1475.446 | 272 | M | 0.014598 | - | 0.016318 |
| I.B$_{1}^{i.c.}$(2) | 0.413686335 | 0.941053902 | 12.542996122 | 46.245 | 10 | U | - | - | 4.731778 |
| I.B$_{2}^{i.c.}$(2) | 0.353430828 | 0.850807917 | 12.269251298 | 57.56 | 12 | U | - | - | 6.307057 |
| I.B$_{3}^{i.c.}$(2) | 0.041374194 | 0.995642630 | 15.579382394 | 62.1 | 16 | U | - | - | 5.319534 |
| I.B$_{4}^{i.c.}$(2) | 0.709684209 | 0.768759215 | 27.300305848 | 95.893 | 18 | U | - | - | 2.083510 |
| I.B$_{5}^{i.c.}$(2) | 0.679964576 | 0.588767214 | 24.255196485 | 118.671 | 22 | M | 0.179498 | - | 0.001007 |
| I.B$_{6}^{i.c.}$(2) | 0.637816421 | 0.388605251 | 22.631315525 | 140.904 | 26 | M | 0.127897 | - | 0.000263 |
| I.B$_{7}^{i.c.}$(2) | 0.669985223 | 0.708534425 | 48.543877235 | 203.302 | 38 | M | 0.213064 | - | 0.005502 |
| I.B$_{8}^{i.c.}$(2) | 0.684338481 | 0.631741945 | 49.165502548 | 226.07 | 42 | U | - | - | 1.944983 |
| I.B$_{9}^{i.c.}$(2) | 0.691991088 | 0.546032613 | 49.154718907 | 248.549 | 46 | U | - | - | 0.353497 |
| I.B$_{10}^{i.c.}$(2) | 0.658793810 | 0.445486742 | 46.535988221 | 270.778 | 50 | M | 0.175952 | - | 0.001303 |
| I.B$_{11}^{i.c.}$(2) | 0.674678075 | 0.325941700 | 47.176870447 | 292.788 | 54 | M | 0.281040 | - | 0.002633 |
| I.B$_{12}^{i.c.}$(2) | 0.464410226 | 0.124258514 | 38.778808003 | 314.634 | 58 | U | - | - | 0.977659 |
| I.B$_{13}^{i.c.}$(2) | 0.691693595 | 0.697981520 | 75.461288163 | 310.678 | 58 | M | 0.161910 | - | 0.030624 |
| I.B$_{14}^{i.c.}$(2) | 0.685880069 | 0.646104368 | 74.157719150 | 333.444 | 62 | U | - | - | 2.410589 |
| I.B$_{15}^{i.c.}$(2) | 0.765565203 | 0.531811337 | 82.436526831 | 378.439 | 70 | U | - | - | 4.721957 |
| I.B$_{16}^{i.c.}$(2) | 0.661561452 | 0.462942672 | 70.117938911 | 400.634 | 74 | M | 0.489018 | - | 0.001390 |
| I.B$_{17}^{i.c.}$(2) | 0.690941311 | 0.690622900 | 100.219783008 | 418.047 | 78 | M | 0.377679 | - | 0.012898 |
| I.B$_{18}^{i.c.}$(2) | 0.666011002 | 0.301323039 | 69.958610068 | 444.655 | 82 | M | 0.286400 | - | 0.000532 |
| I.B$_{19}^{i.c.}$(2) | 0.584188539 | 0.172338339 | 64.029729990 | 466.471 | 86 | M | 0.000211 | - | 0.004663 |
| I.B$_{20}^{i.c.}$(2) | 0.743194213 | 0.570061100 | 106.820280539 | 485.913 | 90 | U | - | - | 1.800120 |
| I.B$_{21}^{i.c.}$(2) | 0.587667532 | 0.557460975 | 85.374386870 | 485.912 | 90 | U | - | - | 0.262478 |
| I.B$_{22}^{i.c.}$(2) | 0.579567882 | 0.465829368 | 84.833518516 | 530.488 | 98 | U | - | - | 0.404790 |
| I.B$_{23}^{i.c.}$(2) | 0.690363835 | 0.686030046 | 124.927810345 | 525.413 | 98 | M | 0.413696 | - | 0.017692 |
| I.B$_{24}^{i.c.}$(2) | 0.652894211 | 0.418060738 | 92.268284091 | 552.599 | 102 | M | 0.090474 | - | 0.000612 |
| I.B$_{25}^{i.c.}$(2) | 0.761365170 | 0.302936568 | 106.345540745 | 596.558 | 110 | U | - | - | 2.759486 |
| I.B$_{26}^{i.c.}$(2) | 0.495661778 | 0.274976842 | 78.742355757 | 596.558 | 110 | U | - | - | 2.759504 |
| I.B$_{27}^{i.c.}$(2) | 0.532232338 | 0.546597463 | 101.070865040 | 615.814 | 114 | U | - | - | 2.127073 |
| I.B$_{28}^{i.c.}$(2) | 0.679676513 | 0.553696583 | 120.739073831 | 615.783 | 114 | M | 0.002157 | - | 0.006089 |
| I.B$_{29}^{i.c.}$(2) | 0.667773418 | 0.516007224 | 118.301998322 | 638.107 | 118 | M | 0.045343 | - | 0.004922 |
| I.B$_{30}^{i.c.}$(2) | 0.493562100 | 0.463480788 | 97.361021779 | 660.367 | 122 | U | - | - | 2.318080 |
| I.B$_{31}^{i.c.}$(2) | 0.563207252 | 0.562245791 | 124.399800665 | 723.269 | 134 | U | - | - | 0.482074 |
| I.B$_{32}^{i.c.}$(2) | 0.735532726 | 0.289973894 | 127.743632448 | 748.388 | 138 | M | 0.003283 | - | 0.046230 |
| I.B$_{33}^{i.c.}$(2) | 0.689710369 | 0.680515452 | 174.288141397 | 740.143 | 138 | M | 0.001147 | - | 0.049450 |
| I.B$_{34}^{i.c.}$(2) | 0.558651224 | 0.271471882 | 103.953480996 | 748.388 | 138 | M | 0.001256 | - | 0.048480 |
| I.B$_{35}^{i.c.}$(2) | 0.533326136 | 0.497974479 | 120.620851369 | 767.971 | 142 | M | 0.378873 | - | 0.012773 |
| I.B$_{36}^{i.c.}$(2) | 0.654699277 | 0.206118567 | 114.771447045 | 770.194 | 142 | M | 0.260366 | - | 0.000427 |
| I.B$_{37}^{i.c.}$(2) | 0.663738370 | 0.479753061 | 140.763617635 | 790.183 | 146 | M | 0.433704 | - | 0.004991 |
| I.B$_{38}^{i.c.}$(2) | 0.687757283 | 0.084279812 | 118.912759784 | 791.939 | 146 | M | 0.002338 | - | 0.000098 |
| I.B$_{39}^{i.c.}$(2) | 0.649852840 | 0.408525522 | 137.835199300 | 834.412 | 154 | M | 0.352437 | - | 0.001143 |
| I.B$_{40}^{i.c.}$(2) | 0.762441041 | 0.344012614 | 160.884526126 | 878.414 | 162 | U | - | - | 3.872766 |

Table S XXII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.B, I.C, II.A and II.B in the case of $\boldsymbol{r}_1(0)=(-1,0)=-\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0)=(v_1,v_2)=\dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0)=(0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0)=(-2v_1/m_3,-2v_2/m_3)$ when $G=1$ and $m_1=m_2=1$ and $m_3=2$ by means of the search grid $4000\times4000$ in the interval $T_0\in[0,200]$, where $T^*=T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1,\nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j=exp(2\pi i\nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda=exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$_{41}^{i.c.}$(2) | 0.687982625 | 0.665332510 | 199.696383658 | 870.272 | 162 | U | - | - | 0.370786 |
| I.B$_{42}^{i.c.}$(2) | 0.624025662 | 0.532391848 | 156.280380527 | 875.506 | 162 | M | 0.326175 | - | 0.015401 |
| I.B$_{43}^{i.c.}$(2) | 0.456310615 | 0.261170757 | 114.814890221 | 900.372 | 166 | U | - | - | 1.203482 |
| I.B$_{44}^{i.c.}$(2) | 0.661263382 | 0.274903432 | 139.012553703 | 900.24 | 166 | M | 0.007614 | - | 0.000597 |
| I.B$_{45}^{i.c.}$(2) | 0.522178266 | 0.207115544 | 121.169609637 | 922.081 | 170 | M | 0.038844 | - | 0.007524 |
| I.B$_{46}^{i.c.}$(2) | 0.556745552 | 0.564824774 | 164.562059560 | 960.621 | 178 | U | - | - | 1.383519 |
| I.B$_{47}^{i.c.}$(2) | 0.679047439 | 0.422269561 | 166.797094916 | 964.291 | 178 | M | 0.002207 | - | 0.015345 |
| I.B$_{48}^{i.c.}$(2) | 0.679084062 | 0.577853708 | 193.524364767 | 960.603 | 178 | M | 0.024155 | - | 0.017021 |
| I.B$_{49}^{i.c.}$(2) | 0.679135078 | 0.555866862 | 193.070587064 | 983.015 | 182 | M | 0.089597 | - | 0.015358 |
| I.B$_{50}^{i.c.}$(2) | 0.555259114 | 0.521723093 | 164.781449282 | 1005.379 | 186 | M | 0.225688 | - | 0.025048 |
| I.B$_{51}^{i.c.}$(2) | 0.675817023 | 0.509999764 | 191.387827603 | 1027.651 | 190 | U | - | - | 0.121093 |
| I.B$_{52}^{i.c.}$(2) | 0.670125628 | 0.315562531 | 164.134267682 | 1030.233 | 190 | M | 0.276893 | - | 0.000577 |
| I.B$_{53}^{i.c.}$(2) | 0.664233204 | 0.483818074 | 187.841361724 | 1049.878 | 194 | M | 0.064577 | - | 0.007073 |
| I.B$_{54}^{i.c.}$(2) | 0.660723534 | 0.270939597 | 162.059588671 | 1052.1 | 194 | M | 0.438945 | - | 0.000905 |
| I.B$_{55}^{i.c.}$(2) | 0.573035224 | 0.213867759 | 147.780030633 | 1073.921 | 198 | U | - | - | 0.006690 |
| I.B$_{56}^{i.c.}$(2) | 0.502447645 | 0.145593685 | 139.431793016 | 1095.727 | 202 | M | 0.000530 | - | 0.010201 |
| I.B$_{57}^{i.c.}$(2) | 0.660334602 | 0.267931227 | 185.110459010 | 1203.96 | 222 | M | 0.129711 | - | 0.001383 |
| I.B$_{58}^{i.c.}$(2) | 0.489409072 | 0.435802190 | 176.180465913 | 1224.076 | 226 | U | - | - | 2.664963 |
| I.B$_{59}^{i.c.}$(2) | 0.581360472 | 0.415308196 | 192.025777840 | 1246.108 | 230 | U | - | - | 0.293372 |
| I.B$_{60}^{i.c.}$(2) | 0.444812338 | 0.158947138 | 152.874572370 | 1247.733 | 230 | M | 0.017005 | - | 0.012963 |
| I.B$_{61}^{i.c.}$(2) | 0.541599201 | 0.160764086 | 164.400603969 | 1247.564 | 230 | M | 0.000253 | - | 0.009620 |
| I.B$_{62}^{i.c.}$(2) | 0.419273532 | 0.071771028 | 150.816015995 | 1269.555 | 234 | U | - | - | 0.296881 |
| I.B$_{63}^{i.c.}$(2) | 0.441775969 | 0.103759597 | 171.955560212 | 1421.36 | 262 | U | - | - | 0.058024 |
| I.B$_{64}^{i.c.}$(2) | 0.488605804 | 0.306787264 | 195.001672199 | 1464.084 | 270 | U | - | - | 1.314537 |
| I.B$_{65}^{i.c.}$(2) | 0.495006419 | 0.177900110 | 197.865494915 | 1551.356 | 286 | M | 0.040177 | - | 0.017363 |
| $I.C_1^{i.c.}$(2) | 0.446385155 | 0.284997372 | 113.780351586 | 889.512 | 164 | M | 0.288455 | - | 0.009377 |
| $I.C_2^{i.c.}$(2) | 0.653982431 | 0.194954098 | 183.444875807 | 1236.666 | 228 | M | 0.382956 | - | 0.001025 |
| II.A$_1^{i.c.}$(2) | 0.656370463 | 0.721098174 | 35.719398583 | 149.61 | 28 | U | - | - | 1.169131 |
| II.A$_2^{i.c.}$(2) | 0.704380420 | 0.299521684 | 85.736451842 | 520.587 | 96 | M | 0.001511 | - | 0.000461 |
| II.A$_3^{i.c.}$(2) | 0.627788572 | 0.572733472 | 101.025982762 | 539.638 | 100 | U | - | - | 0.081207 |
| II.A$_4^{i.c.}$(2) | 0.670592992 | 0.593158643 | 179.369043800 | 884.414 | 164 | U | - | - | 0.039504 |
| II.B$_1^{i.c.}$(2) | 0.048856124 | 0.854414822 | 11.972395018 | 63.308 | 16 | U | - | - | 5.401212 |
| II.B$_2^{i.c.}$(2) | 0.505009538 | 0.853242320 | 30.316417559 | 122.281 | 28 | U | - | - | 7.245433 |
| II.B$_3^{i.c.}$(2) | 0.691252091 | 0.807207979 | 53.713784533 | 180.218 | 34 | U | - | - | 6.441196 |
| II.B$_4^{i.c.}$(2) | 0.716567095 | 0.725617570 | 133.483770430 | 502.525 | 94 | U | - | - | 1.831318 |
| II.B$_5^{i.c.}$(2) | 0.692807037 | 0.604973187 | 148.926911372 | 700.779 | 130 | U | - | - | 0.054414 |
| II.B$_6^{i.c.}$(2) | 0.496591091 | 0.493094999 | 135.923869173 | 897.85 | 166 | U | - | - | 4.459509 |
| II.B$_7^{i.c.}$(2) | 0.430233808 | 0.204472324 | 113.317764852 | 922.286 | 170 | U | - | - | 3.628273 |

Table S XXIII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 2$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$_{1}^{i.c.}$(2) | 0.341925413 | 0.622504285 | 8.127741970 | 53.018 | 10 | U | - | - | 6.326090 |
| II.C$_{2}^{i.c.}$(2) | 0.418304890 | 0.883247766 | 10.683551319 | 44.526 | 10 | U | - | - | 4.294739 |
| II.C$_{3}^{i.c.}$(2) | 0.231558963 | 0.539784998 | 8.436434458 | 62.741 | 12 | U | - | - | 8.359645 |
| II.C$_{4}^{i.c.}$(2) | 0.348235995 | 0.797700552 | 10.652191666 | 54.931 | 12 | U | - | - | 6.582195 |
| II.C$_{5}^{i.c.}$(2) | 0.174715560 | 0.953774243 | 11.244849682 | 47.676 | 12 | U | - | - | 2.490196 |
| II.C$_{6}^{i.c.}$(2) | 0.187641504 | 0.497371449 | 9.217448232 | 71.945 | 14 | U | - | - | 9.622022 |
| II.C$_{7}^{i.c.}$(2) | 0.858538252 | 0.399201452 | 16.914038537 | 75.336 | 14 | U | - | - | 6.401360 |
| II.C$_{8}^{i.c.}$(2) | 0.650421730 | 0.753448152 | 34.544187240 | 138.069 | 26 | U | - | - | 4.824093 |
| II.C$_{9}^{i.c.}$(2) | 0.406697790 | 0.232297644 | 18.560729655 | 151.91 | 28 | U | - | - | 3.412148 |
| II.C$_{10}^{i.c.}$(2) | 0.759250320 | 0.568124972 | 41.355904221 | 183.635 | 34 | U | - | - | 3.552719 |
| II.C$_{11}^{i.c.}$(2) | 0.206671988 | 0.943028324 | 33.427161550 | 143.057 | 36 | U | - | - | 4.593310 |
| II.C$_{12}^{i.c.}$(2) | 0.414635024 | 0.322101051 | 27.647976452 | 216.939 | 40 | U | - | - | 7.025352 |
| II.C$_{13}^{i.c.}$(2) | 0.760955850 | 0.258108075 | 39.635294780 | 227.807 | 42 | U | - | - | 1.045517 |
| II.C$_{14}^{i.c.}$(2) | 0.525452335 | 0.556203475 | 40.926397456 | 248.593 | 46 | U | - | - | 4.912507 |
| II.C$_{15}^{i.c.}$(2) | 0.461879478 | 0.306078026 | 38.227811727 | 292.838 | 54 | U | - | - | 2.303565 |
| II.C$_{16}^{i.c.}$(2) | 0.566193716 | 0.239924735 | 41.929434425 | 303.721 | 56 | M | 0.000012 | - | 0.001930 |
| II.C$_{17}^{i.c.}$(2) | 0.560387277 | 0.451074286 | 52.048680495 | 335.71 | 62 | U | - | - | 0.345221 |
| II.C$_{18}^{i.c.}$(2) | 0.714107861 | 0.722519366 | 92.820624889 | 352.914 | 66 | M | 0.321742 | - | 0.018734 |
| II.C$_{19}^{i.c.}$(2) | 0.464911579 | 0.340262296 | 47.626512622 | 357.844 | 66 | U | - | - | 4.425063 |
| II.C$_{20}^{i.c.}$(2) | 0.616736795 | 0.553913306 | 66.455986002 | 367.232 | 68 | M | 0.055904 | - | 0.046050 |
| II.C$_{21}^{i.c.}$(2) | 0.504832073 | 0.295298407 | 49.468946353 | 368.745 | 68 | U | - | - | 1.668370 |
| II.C$_{22}^{i.c.}$(2) | 0.743686826 | 0.465363433 | 78.644580490 | 400.652 | 74 | U | - | - | 1.155853 |
| II.C$_{23}^{i.c.}$(2) | 0.544108674 | 0.542531492 | 71.467819080 | 432.178 | 80 | U | - | - | 1.451539 |
| II.C$_{24}^{i.c.}$(2) | 0.488588515 | 0.325178949 | 58.300341972 | 433.754 | 80 | U | - | - | 1.209473 |
| II.C$_{25}^{i.c.}$(2) | 0.741383781 | 0.313167802 | 77.513727965 | 444.662 | 82 | U | - | - | 0.071826 |
| II.C$_{26}^{i.c.}$(2) | 0.704522068 | 0.710841013 | 116.676763163 | 460.295 | 86 | M | 0.166026 | - | 0.024226 |
| II.C$_{27}^{i.c.}$(2) | 0.727540342 | 0.437675147 | 89.119489294 | 476.631 | 88 | U | - | - | 0.311078 |
| II.C$_{28}^{i.c.}$(2) | 0.485821906 | 0.344022173 | 67.563028468 | 498.75 | 92 | U | - | - | 3.563967 |
| II.C$_{29}^{i.c.}$(2) | 0.730373831 | 0.531066343 | 104.587873668 | 508.262 | 94 | M | 0.211731 | - | 0.000763 |
| II.C$_{30}^{i.c.}$(2) | 0.694743599 | 0.417620765 | 97.179158100 | 552.6 | 102 | U | - | - | 0.061887 |
| II.C$_{31}^{i.c.}$(2) | 0.727576113 | 0.101503083 | 87.453784001 | 553.278 | 102 | M | 0.001753 | - | 0.000125 |
| II.C$_{32}^{i.c.}$(2) | 0.507084868 | 0.498241082 | 87.944723256 | 573.2 | 106 | U | - | - | 2.744043 |
| II.C$_{33}^{i.c.}$(2) | 0.773525626 | 0.386908593 | 110.378201071 | 574.666 | 106 | U | - | - | 1.024226 |
| II.C$_{34}^{i.c.}$(2) | 0.747278303 | 0.572915641 | 134.279402151 | 604.591 | 112 | M | 0.104874 | - | 0.002510 |
| II.C$_{35}^{i.c.}$(2) | 0.457829290 | 0.235051414 | 76.793875050 | 607.518 | 112 | M | 0.093166 | - | 0.007788 |
| II.C$_{36}^{i.c.}$(2) | 0.527765852 | 0.427009065 | 91.235319580 | 617.546 | 114 | U | - | - | 0.191428 |
| II.C$_{37}^{i.c.}$(2) | 0.489833172 | 0.496764762 | 96.357745463 | 638.141 | 118 | U | - | - | 3.671822 |
| II.C$_{38}^{i.c.}$(2) | 0.727367798 | 0.328595952 | 114.171574801 | 661.513 | 122 | M | 0.002548 | - | 0.004334 |
| II.C$_{39}^{i.c.}$(2) | 0.489253246 | 0.432572875 | 97.992450187 | 682.497 | 126 | U | - | - | 1.245992 |
| II.C$_{40}^{i.c.}$(2) | 0.419534291 | 0.232647349 | 84.184196787 | 683.533 | 126 | U | - | - | 1.820698 |
| II.C$_{41}^{i.c.}$(2) | 0.569573293 | 0.413523569 | 105.498259651 | 693.508 | 128 | U | - | - | 0.254246 |
| II.C$_{42}^{i.c.}$(2) | 0.428021516 | 0.139982228 | 85.129049691 | 705.284 | 130 | U | - | - | 0.115084 |
| II.C$_{43}^{i.c.}$(2) | 0.717205998 | 0.481991977 | 139.117319558 | 725.261 | 134 | U | - | - | 0.417047 |
| II.C$_{44}^{i.c.}$(2) | 0.471868002 | 0.266820504 | 96.721629762 | 748.464 | 138 | U | - | - | 0.479088 |
| II.C$_{45}^{i.c.}$(2) | 0.723221580 | 0.415184032 | 138.347180681 | 758.459 | 140 | U | - | - | 0.287466 |
| II.C$_{46}^{i.c.}$(2) | 0.540409378 | 0.523017379 | 122.401650948 | 756.84 | 140 | U | - | - | 1.235952 |
| II.C$_{47}^{i.c.}$(2) | 0.752565507 | 0.256433747 | 130.455478388 | 759.328 | 140 | M | 0.003186 | - | 0.008920 |
| II.C$_{48}^{i.c.}$(2) | 0.693699926 | 0.570046254 | 160.627006807 | 788.2 | 146 | M | 0.001908 | - | 0.007743 |
| II.C$_{49}^{i.c.}$(2) | 0.484312601 | 0.084439958 | 98.384631383 | 791.988 | 146 | U | - | - | 0.006228 |
| II.C$_{50}^{i.c.}$(2) | 0.462127768 | 0.288758023 | 105.375021061 | 813.495 | 150 | U | - | - | 1.220170 |

Table S XXIV. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class II.C and II.D in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1,0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 2$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| II.C$_{51}^{i.c.}$(2) | 0.740984273 | 0.254802408 | 141.118979199 | 835.242 | 154 | M | 0.003600 | - | 0.007322 |
| II.C$_{52}^{i.c.}$(2) | 0.552768676 | 0.411455961 | 124.734063082 | 834.417 | 154 | U | - | - | 0.450363 |
| II.C$_{53}^{i.c.}$(2) | 0.441182587 | 0.201477507 | 104.622933888 | 846.269 | 156 | U | - | - | 1.545534 |
| II.C$_{54}^{i.c.}$(2) | 0.590349082 | 0.554227477 | 149.835519339 | 853.145 | 158 | U | - | - | 0.221960 |
| II.C$_{55}^{i.c.}$(2) | 0.509530936 | 0.107627323 | 110.236782629 | 867.906 | 160 | M | 0.000554 | - | 0.006554 |
| II.C$_{56}^{i.c.}$(2) | 0.647691173 | 0.659231009 | 186.564780850 | 870.284 | 162 | U | - | - | 1.720605 |
| II.C$_{57}^{i.c.}$(2) | 0.754223673 | 0.287091391 | 157.460231731 | 900.278 | 166 | U | - | - | 0.057762 |
| II.C$_{58}^{i.c.}$(2) | 0.722538303 | 0.518287832 | 180.058592643 | 897.807 | 166 | S | 0.044755 | 0.040174 | - |
| II.C$_{59}^{i.c.}$(2) | 0.682926518 | 0.394922777 | 155.000743692 | 910.373 | 168 | M | 0.048179 | - | 0.001284 |
| II.C$_{60}^{i.c.}$(2) | 0.494496211 | 0.335496037 | 126.593072432 | 932.507 | 172 | U | - | - | 6.033974 |
| II.C$_{61}^{i.c.}$(2) | 0.573157957 | 0.522840478 | 157.144911700 | 940.441 | 174 | M | 0.096134 | - | 0.019982 |
| II.C$_{62}^{i.c.}$(2) | 0.423003579 | 0.123059369 | 113.220246398 | 944.017 | 174 | U | - | - | 1.034167 |
| II.C$_{63}^{i.c.}$(2) | 0.534862609 | 0.123957552 | 122.681204792 | 943.827 | 174 | M | 0.000085 | - | 0.006549 |
| II.C$_{64}^{i.c.}$(2) | 0.736548662 | 0.520989078 | 197.789271945 | 962.741 | 178 | M | 0.500000 | - | 0.001594 |
| II.C$_{65}^{i.c.}$(2) | 0.540589244 | 0.410568681 | 144.084430460 | 975.325 | 180 | U | - | - | 0.392106 |
| II.C$_{66}^{i.c.}$(2) | 0.536559303 | 0.263158595 | 132.530415282 | 976.192 | 180 | U | - | - | 0.011430 |
| II.C$_{67}^{i.c.}$(2) | 0.696383087 | 0.538493936 | 198.406999711 | 1005.363 | 186 | M | 0.023647 | - | 0.000001 |
| II.C$_{68}^{i.c.}$(2) | 0.561217460 | 0.136565114 | 135.901943503 | 1019.753 | 188 | M | 0.000228 | - | 0.004964 |
| II.C$_{69}^{i.c.}$(2) | 0.604789990 | 0.565535215 | 185.306887877 | 1025.552 | 190 | U | - | - | 0.058752 |
| II.C$_{70}^{i.c.}$(2) | 0.460897044 | 0.078260972 | 125.858609950 | 1030.711 | 190 | U | - | - | 2.125528 |
| II.C$_{71}^{i.c.}$(2) | 0.509058656 | 0.417247486 | 150.195520905 | 1040.279 | 192 | U | - | - | 1.710875 |
| II.C$_{72}^{i.c.}$(2) | 0.515313074 | 0.280775026 | 139.940165018 | 1041.217 | 192 | U | - | - | 0.178061 |
| II.C$_{73}^{i.c.}$(2) | 0.571136838 | 0.400917404 | 158.770267557 | 1051.278 | 194 | M | 0.106157 | - | 0.015027 |
| II.C$_{74}^{i.c.}$(2) | 0.733005820 | 0.279722790 | 178.014843102 | 1052.111 | 194 | M | 0.005264 | - | 0.045143 |
| II.C$_{75}^{i.c.}$(2) | 0.493020089 | 0.210562330 | 138.103252207 | 1073.977 | 198 | M | 0.001114 | - | 0.010924 |
| II.C$_{76}^{i.c.}$(2) | 0.707149317 | 0.338029638 | 185.101195707 | 1095.217 | 202 | M | 0.004686 | - | 0.001496 |
| II.C$_{77}^{i.c.}$(2) | 0.484303170 | 0.310480442 | 145.671089895 | 1095.339 | 202 | U | - | - | 1.659195 |
| II.C$_{78}^{i.c.}$(2) | 0.702162472 | 0.151365133 | 169.646268947 | 1095.681 | 202 | M | 0.004258 | - | 0.000253 |
| II.C$_{79}^{i.c.}$(2) | 0.530956932 | 0.410067652 | 163.427984194 | 1116.232 | 206 | M | 0.171416 | - | 0.018930 |
| II.C$_{80}^{i.c.}$(2) | 0.586332786 | 0.263195697 | 160.189552387 | 1128.034 | 208 | M | 0.002362 | - | 0.004492 |
| II.C$_{81}^{i.c.}$(2) | 0.504293312 | 0.452266148 | 167.696761005 | 1137.013 | 210 | U | - | - | 1.202885 |
| II.C$_{82}^{i.c.}$(2) | 0.512714837 | 0.213223673 | 150.262604414 | 1149.888 | 212 | U | - | - | 0.013550 |
| II.C$_{83}^{i.c.}$(2) | 0.420301334 | 0.111712215 | 141.342454927 | 1182.749 | 218 | M | 0.123854 | - | 0.011711 |
| II.C$_{84}^{i.c.}$(2) | 0.556704909 | 0.401832907 | 177.695884005 | 1192.184 | 220 | M | 0.165914 | - | 0.018836 |
| II.C$_{85}^{i.c.}$(2) | 0.713543600 | 0.199323010 | 197.062621351 | 1236.67 | 228 | M | 0.005553 | - | 0.002451 |
| II.C$_{86}^{i.c.}$(2) | 0.625152622 | 0.325310449 | 188.241171270 | 1236.133 | 228 | M | 0.001673 | - | 0.002935 |
| II.C$_{87}^{i.c.}$(2) | 0.523737503 | 0.409495558 | 182.825359381 | 1257.14 | 232 | M | 0.302741 | - | 0.022968 |
| II.C$_{88}^{i.c.}$(2) | 0.481931641 | 0.483482459 | 192.672350850 | 1298.529 | 240 | U | - | - | 3.464172 |
| II.C$_{89}^{i.c.}$(2) | 0.607437858 | 0.196038565 | 185.542830210 | 1312.598 | 242 | M | 0.001841 | - | 0.001322 |
| II.C$_{90}^{i.c.}$(2) | 0.483993091 | 0.270714376 | 175.652625264 | 1345.022 | 248 | U | - | - | 0.106628 |
| II.C$_{91}^{i.c.}$(2) | 0.583703825 | 0.330022589 | 199.936916706 | 1366.1 | 252 | U | - | - | 2.420320 |
| II.C$_{92}^{i.c.}$(2) | 0.469014465 | 0.216148020 | 174.401873471 | 1377.782 | 254 | U | - | - | 0.146413 |
| II.C$_{93}^{i.c.}$(2) | 0.500332681 | 0.197456743 | 188.600749877 | 1464.529 | 270 | M | 0.000769 | - | 0.017033 |
| II.C$_{94}^{i.c.}$(2) | 0.567887869 | 0.148690013 | 199.784656142 | 1486.225 | 274 | M | 0.000237 | - | 0.007040 |
| II.C$_{95}^{i.c.}$(2) | 0.501721251 | 0.123800581 | 199.177395681 | 1573.086 | 290 | M | 0.000699 | - | 0.016966 |
| II.D$_{1}^{i.c.}$(2) | 0.758385028 | 0.934227021 | 20.325312554 | 41.295 | 4 | U | - | - | 5.555930 |
| II.D$_{2}^{i.c.}$(2) | 0.305722433 | 0.521512426 | 8.823706765 | 64.567 | 12 | U | - | - | 7.849260 |

Table S XXV. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 4$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.$A_{1}^{i.c.}$(4) | 0.688654648 | 1.577157389 | 16.323959455 | 133.417 | 12 | U | - | - | 3.184032 |
| I.$A_{2}^{i.c.}$(4) | 0.991198122 | 0.711947212 | 17.650780784 | 276.852 | 24 | M | 0.439114 | - | 0.001243 |
| I.$A_{3}^{i.c.}$(4) | 0.971451607 | 0.974960227 | 54.744617767 | 736.894 | 64 | M | 0.236660 | - | 0.011123 |
| I.$A_{4}^{i.c.}$(4) | 0.985434701 | 0.853336775 | 53.992067398 | 783.838 | 68 | M | 0.450988 | - | 0.008125 |
| I.$A_{5}^{i.c.}$(4) | 0.995648141 | 0.537898798 | 51.974650844 | 877.069 | 76 | M | 0.065513 | - | 0.004008 |
| I.$A_{6}^{i.c.}$(4) | 0.908140588 | 0.279347037 | 48.339421330 | 923.388 | 80 | M | 0.007928 | - | 0.005969 |
| I.$A_{7}^{i.c.}$(4) | 0.782051740 | 0.998533160 | 79.687855610 | 1196.73 | 104 | M | 0.274974 | - | 0.017750 |
| I.$A_{8}^{i.c.}$(4) | 0.830327677 | 0.861945349 | 80.638154242 | 1290.761 | 112 | M | 0.205922 | - | 0.016058 |
| I.$A_{9}^{i.c.}$(4) | 0.987599395 | 0.799423078 | 89.257013585 | 1337.585 | 116 | M | 0.430944 | - | 0.015386 |
| I.$A_{10}^{i.c.}$(4) | 0.994122919 | 0.613138649 | 87.271558187 | 1430.813 | 124 | M | 0.051980 | - | 0.010443 |
| I.$A_{11}^{i.c.}$(4) | 0.996287848 | 0.496223521 | 86.303510639 | 1477.247 | 128 | M | 0.312424 | - | 0.008073 |
| I.$A_{12}^{i.c.}$(4) | 0.889338397 | 0.349855032 | 80.024247436 | 1523.553 | 132 | M | 0.013969 | - | 0.008147 |
| I.$A_{13}^{i.c.}$(4) | 0.973761112 | 0.941209399 | 127.015138587 | 1750.771 | 152 | M | 0.020893 | - | 0.033315 |
| I.$A_{14}^{i.c.}$(4) | 0.848355359 | 0.871296576 | 114.183154492 | 1797.704 | 156 | M | 0.194524 | - | 0.027124 |
| I.$A_{15}^{i.c.}$(4) | 0.849430848 | 0.764809934 | 113.073002926 | 1891.278 | 164 | U | - | - | 0.142475 |
| I.$A_{16}^{i.c.}$(4) | 0.993365760 | 0.642823322 | 122.571189172 | 1984.535 | 172 | M | 0.171945 | - | 0.018398 |
| I.$A_{17}^{i.c.}$(4) | 0.995141639 | 0.565864369 | 121.596672421 | 2031.019 | 176 | M | 0.426785 | - | 0.015654 |
| I.$A_{18}^{i.c.}$(4) | 0.997578413 | 0.368841365 | 119.683044119 | 2123.741 | 184 | M | 0.035251 | - | 0.009329 |
| I.$A_{19}^{i.c.}$(4) | 0.998291021 | 0.211913411 | 118.748380771 | 2169.985 | 188 | M | 0.248135 | - | 0.005754 |
| I.$A_{20}^{i.c.}$(4) | 0.973925887 | 0.935438184 | 163.120737964 | 2257.704 | 196 | M | 0.079075 | - | 0.047755 |
| I.$A_{21}^{i.c.}$(4) | 1.000609251 | 0.900192228 | 165.734811344 | 2304.647 | 200 | M | 0.093658 | - | 0.042525 |
| I.$A_{22}^{i.c.}$(4) | 0.987183847 | 0.808614373 | 160.869272910 | 2398.304 | 208 | M | 0.421501 | - | 0.037334 |
| I.$A_{23}^{i.c.}$(4) | 0.989258403 | 0.761675521 | 159.852187901 | 2445.023 | 212 | M | 0.189998 | - | 0.033960 |
| I.$A_{24}^{i.c.}$(4) | 0.910359599 | 0.651615948 | 149.021960551 | 2538.245 | 220 | U | - | - | 0.028750 |
| I.$A_{25}^{i.c.}$(4) | 0.992917871 | 0.658769924 | 157.871667900 | 2538.249 | 220 | M | 0.292722 | - | 0.027699 |
| I.$A_{26}^{i.c.}$(4) | 0.973964887 | 0.931735820 | 199.215072825 | 2764.636 | 240 | U | - | - | 0.063631 |
| I.$A_{27}^{i.c.}$(4) | 0.888980724 | 0.883350237 | 184.612673627 | 2811.576 | 244 | U | - | - | 0.055958 |
| I.$A_{28}^{i.c.}$(4) | 0.985319652 | 0.865268079 | 198.414756603 | 2858.458 | 248 | U | - | - | 0.055939 |
| I.$A_{29}^{i.c.}$(4) | 0.867115138 | 0.813932524 | 180.349117293 | 2905.263 | 252 | U | - | - | 0.112272 |
| I.$A_{30}^{i.c.}$(4) | 0.859321444 | 0.742841308 | 178.286132251 | 2998.7 | 260 | U | - | - | 0.486646 |
| I.$A_{31}^{i.c.}$(4) | 0.992622709 | 0.668731868 | 193.172528638 | 3091.96 | 268 | M | 0.413864 | - | 0.038138 |
| I.$A_{32}^{i.c.}$(4) | 0.993888822 | 0.622728556 | 192.192667508 | 3138.49 | 272 | M | 0.336308 | - | 0.034593 |
| I.$A_{33}^{i.c.}$(4) | 0.994996198 | 0.573265149 | 191.219032649 | 3184.966 | 276 | M | 0.080634 | - | 0.030697 |
| I.$B_{1}^{i.c.}$(4) | 0.968621239 | 1.003553840 | 36.655319103 | 483.414 | 42 | M | 0.290248 | - | 0.005778 |
| I.$B_{2}^{i.c.}$(4) | 0.986675457 | 0.819978014 | 35.807011133 | 530.358 | 46 | M | 0.495203 | - | 0.003950 |
| I.$B_{3}^{i.c.}$(4) | 0.994734061 | 0.586002269 | 34.811241254 | 576.973 | 50 | M | 0.253656 | - | 0.002176 |
| I.$B_{4}^{i.c.}$(4) | 0.985402883 | 0.869735727 | 72.220126180 | 1037.31 | 90 | M | 0.397581 | - | 0.013351 |
| I.$B_{5}^{i.c.}$(4) | 0.989003185 | 0.767683739 | 71.101178812 | 1084.083 | 94 | M | 0.375236 | - | 0.014320 |
| I.$B_{6}^{i.c.}$(4) | 0.993116220 | 0.651838367 | 70.110681487 | 1130.696 | 98 | M | 0.133865 | - | 0.008095 |
| I.$B_{7}^{i.c.}$(4) | 0.996057314 | 0.512233618 | 69.138900939 | 1177.159 | 102 | M | 0.123317 | - | 0.005953 |
| I.$B_{8}^{i.c.}$(4) | 0.997882581 | 0.319051777 | 68.188924711 | 1223.481 | 106 | M | 0.397079 | - | 0.003669 |
| I.$B_{9}^{i.c.}$(4) | 0.973574063 | 0.945504892 | 108.956477877 | 1497.304 | 130 | M | 0.076828 | - | 0.026666 |
| I.$B_{10}^{i.c.}$(4) | 0.839231874 | 0.867191698 | 97.297353938 | 1544.233 | 134 | M | 0.176544 | - | 0.021351 |
| I.$B_{11}^{i.c.}$(4) | 0.845801512 | 0.741878380 | 96.560617148 | 1637.758 | 142 | M | 0.353181 | - | 0.018249 |
| I.$B_{12}^{i.c.}$(4) | 0.992509995 | 0.672431960 | 105.411521586 | 1684.407 | 146 | M | 0.012744 | - | 0.015504 |
| I.$B_{13}^{i.c.}$(4) | 0.996435385 | 0.485267755 | 103.468306801 | 1777.334 | 154 | M | 0.498330 | - | 0.010303 |
| I.$B_{14}^{i.c.}$(4) | 0.997649940 | 0.358364644 | 102.518172585 | 1823.655 | 158 | M | 0.224574 | - | 0.007230 |
| I.$B_{15}^{i.c.}$(4) | 0.831921110 | 0.961212902 | 130.681156660 | 1957.203 | 170 | M | 0.261830 | - | 0.044174 |
| I.$B_{16}^{i.c.}$(4) | 0.973867570 | 0.937969706 | 145.069644868 | 2004.238 | 174 | M | 0.023554 | - | 0.040443 |
| I.$B_{17}^{i.c.}$(4) | 0.985669015 | 0.845086813 | 143.779155256 | 2098.037 | 182 | M | 0.406528 | - | 0.033936 |
| I.$B_{18}^{i.c.}$(4) | 0.987834500 | 0.794211941 | 142.708724398 | 2144.81 | 186 | M | 0.366514 | - | 0.030745 |
| I.$B_{19}^{i.c.}$(4) | 0.990131344 | 0.740297266 | 141.702416913 | 2191.502 | 190 | M | 0.132624 | - | 0.027302 |
| I.$B_{20}^{i.c.}$(4) | 0.854943731 | 0.678396364 | 128.668130889 | 2238.064 | 194 | U | - | - | 0.164771 |

Table S XXVI. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 4$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.B$_{21}^{i.c.}$(4) | 0.884478142 | 0.472669835 | 128.608200087 | 2377.481 | 206 | M | 0.006695 | - | 0.018554 |
| I.B$_{22}^{i.c.}$(4) | 0.996612960 | 0.471227731 | 137.798186318 | 2377.505 | 206 | M | 0.119631 | - | 0.015146 |
| I.B$_{23}^{i.c.}$(4) | 0.942928399 | 0.375082030 | 132.137972854 | 2423.826 | 210 | M | 0.000178 | - | 0.015670 |
| I.B$_{24}^{i.c.}$(4) | 0.892347037 | 0.953308838 | 170.109358217 | 2464.159 | 214 | U | - | - | 2.368800 |
| I.B$_{25}^{i.c.}$(4) | 0.877505271 | 0.880539973 | 166.429658979 | 2558.109 | 222 | M | 0.240609 | - | 0.047989 |
| I.B$_{26}^{i.c.}$(4) | 0.992000981 | 0.688491461 | 176.014043620 | 2791.821 | 242 | M | 0.230284 | - | 0.034443 |
| I.B$_{27}^{i.c.}$(4) | 0.996715885 | 0.462606153 | 172.128261230 | 2977.676 | 258 | M | 0.259209 | - | 0.020734 |
| I.B$_{28}^{i.c.}$(4) | 0.863404083 | 0.519395571 | 191.613634632 | 3531.367 | 306 | M | 0.099606 | - | 0.039003 |
| II.A$_{1}^{i.c.}$(4) | 0.819397315 | 0.928300193 | 80.564682023 | 1243.829 | 108 | U | - | - | 0.298876 |
| II.A$_{2}^{i.c.}$(4) | 0.872334635 | 0.976299609 | 118.017789828 | 1703.721 | 148 | M | 0.283770 | - | 0.029882 |
| II.B$_{1}^{i.c.}$(4) | 0.959758760 | 0.150462336 | 33.055615101 | 623.296 | 54 | M | 0.000001 | - | 0.001296 |
| II.B$_{2}^{i.c.}$(4) | 0.802894836 | 0.936373330 | 63.874964303 | 990.355 | 86 | U | - | - | 0.317356 |
| II.B$_{3}^{i.c.}$(4) | 0.881016723 | 0.308792181 | 159.158466435 | 3070.198 | 266 | U | - | - | 0.047082 |
| II.C$_{1}^{i.c.}$(4) | 0.871183879 | 0.436245500 | 15.941955571 | 300.076 | 26 | M | 0.173819 | - | 0.004852 |
| II.C$_{2}^{i.c.}$(4) | 0.903735203 | 0.774228237 | 50.141432803 | 807.223 | 70 | M | 0.005294 | - | 0.008515 |
| II.C$_{3}^{i.c.}$(4) | 0.836025983 | 0.760746829 | 64.174664970 | 1084.046 | 94 | U | - | - | 2.823895 |
| II.C$_{4}^{i.c.}$(4) | 0.874166503 | 0.657986534 | 81.082582712 | 1407.54 | 122 | M | 0.014706 | - | 0.010543 |
| II.C$_{5}^{i.c.}$(4) | 0.922267950 | 0.236421778 | 81.064076567 | 1546.686 | 134 | U | - | - | 0.006614 |
| II.C$_{6}^{i.c.}$(4) | 0.772725538 | 0.981372217 | 109.902271235 | 1680.144 | 146 | U | - | - | 5.351770 |
| II.C$_{7}^{i.c.}$(4) | 0.849365809 | 0.818715277 | 113.593842913 | 1844.54 | 160 | M | 0.033012 | - | 0.026299 |
| II.C$_{8}^{i.c.}$(4) | 0.886414108 | 0.733805460 | 115.171755119 | 1914.642 | 166 | M | 0.018251 | - | 0.022827 |
| II.C$_{9}^{i.c.}$(4) | 0.857228590 | 0.571698811 | 111.871314393 | 2030.945 | 176 | M | 0.167035 | - | 0.018354 |
| II.C$_{10}^{i.c.}$(4) | 0.956437825 | 0.520363128 | 117.878006082 | 2054.229 | 178 | M | 0.000016 | - | 0.015648 |
| II.C$_{11}^{i.c.}$(4) | 0.792071246 | 0.962763087 | 142.757274974 | 2187.13 | 190 | U | - | - | 1.783064 |
| II.C$_{12}^{i.c.}$(4) | 0.873505358 | 0.646306186 | 129.554967454 | 2261.37 | 196 | M | 0.024118 | - | 0.024270 |
| II.C$_{13}^{i.c.}$(4) | 0.916433275 | 0.253370357 | 129.361260716 | 2470.074 | 214 | U | - | - | 0.013781 |
| II.C$_{14}^{i.c.}$(4) | 0.780011180 | 0.976487006 | 173.255987751 | 2646.981 | 230 | U | - | - | 5.723369 |
| II.C$_{15}^{i.c.}$(4) | 0.910377623 | 0.500455305 | 147.053818457 | 2654.401 | 230 | U | - | - | 0.022938 |
| II.C$_{16}^{i.c.}$(4) | 0.858130422 | 0.766730230 | 162.327144642 | 2698.506 | 234 | M | 0.222264 | - | 0.039399 |
| II.C$_{17}^{i.c.}$(4) | 0.928773622 | 0.801302245 | 187.752364524 | 2928.662 | 254 | M | 0.007061 | - | 0.049881 |
| II.C$_{18}^{i.c.}$(4) | 0.904008596 | 0.661179288 | 181.594185783 | 3091.954 | 268 | M | 0.000001 | - | 0.038613 |
| II.C$_{19}^{i.c.}$(4) | 0.941576748 | 0.515798574 | 183.401299639 | 3231.388 | 280 | M | 0.000037 | - | 0.031108 |

Table S XXVII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 5$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_1^{i.c.}$(5) | 0.921645493 | 0.853306785 | 53.938833135 | 1287.788 | 88 | M | 0.401887 | - | 0.009537 |
| I.A$_2^{i.c.}$(5) | 0.882978188 | 0.460544283 | 87.300851813 | 2401.081 | 164 | M | 0.419747 | - | 0.014504 |
| I.A$_3^{i.c.}$(5) | 0.989424176 | 0.738799027 | 128.264597380 | 3103.339 | 212 | U | - | - | 0.078505 |
| I.A$_4^{i.c.}$(5) | 0.931831725 | 0.701194798 | 160.314007009 | 4040.338 | 276 | M | 0.475651 | - | 0.040716 |
| I.A$_5^{i.c.}$(5) | 0.952195410 | 0.638053764 | 160.835166615 | 4099.305 | 280 | M | 0.000275 | - | 0.036905 |
| I.A$_6^{i.c.}$(5) | 0.926505536 | 0.910261961 | 199.148365104 | 4623.496 | 316 | U | - | - | 0.064385 |
| I.A$_7^{i.c.}$(5) | 0.941494871 | 0.797276917 | 198.285510776 | 4800.76 | 328 | U | - | - | 0.056017 |
| I.B$_1^{i.c.}$(5) | 0.983210283 | 0.261018155 | 35.489963283 | 966.423 | 66 | M | 0.003213 | - | 0.003078 |
| I.B$_2^{i.c.}$(5) | 0.932898154 | 0.930841473 | 72.771671389 | 1667.838 | 114 | M | 0.286669 | - | 0.015099 |
| I.B$_3^{i.c.}$(5) | 0.927217412 | 0.723541569 | 71.264142831 | 1785.849 | 122 | U | - | - | 0.212929 |
| I.B$_4^{i.c.}$(5) | 0.929923610 | 0.742021272 | 107.153160878 | 2664.097 | 182 | M | 0.408858 | - | 0.028297 |
| I.B$_5^{i.c.}$(5) | 0.936498838 | 0.446654914 | 105.330684250 | 2840.543 | 194 | M | 0.049081 | - | 0.017452 |
| I.B$_6^{i.c.}$(5) | 0.918594803 | 0.910545258 | 144.422923572 | 3365.161 | 230 | U | - | - | 0.192360 |
| I.B$_7^{i.c.}$(5) | 0.945135907 | 0.856674620 | 145.251445030 | 3424.391 | 234 | M | 0.392562 | - | 0.040667 |
| I.B$_8^{i.c.}$(5) | 0.978566962 | 0.448218624 | 142.806656228 | 3777.715 | 258 | M | 0.040122 | - | 0.027719 |
| I.B$_9^{i.c.}$(5) | 0.927528296 | 0.958765452 | 182.013879822 | 4125.181 | 282 | U | - | - | 0.061866 |
| I.B$_{10}^{i.c.}$(5) | 0.947386131 | 0.841010712 | 181.467883199 | 4302.643 | 294 | U | - | - | 0.054827 |
| I.B$_{11}^{i.c.}$(5) | 0.975084209 | 0.529865884 | 179.096795938 | 4656.08 | 318 | M | 0.085278 | - | 0.041236 |
| II.B$_1^{i.c.}$(5) | 0.909372217 | 0.951789060 | 108.396467573 | 2486.84 | 170 | U | - | - | 4.476554 |
| II.C$_1^{i.c.}$(5) | 0.955767264 | 0.775095792 | 18.101438885 | 439.118 | 30 | M | 0.031287 | - | 0.007054 |
| II.C$_2^{i.c.}$(5) | 0.944050394 | 0.409372481 | 70.292730362 | 1903.491 | 130 | M | 0.011414 | - | 0.009520 |
| II.C$_3^{i.c.}$(5) | 0.937993324 | 0.901957042 | 90.903903364 | 2106.988 | 144 | M | 0.308683 | - | 0.020901 |
| II.C$_4^{i.c.}$(5) | 0.979611314 | 0.417504206 | 89.152027974 | 2372.076 | 162 | M | 0.020110 | - | 0.013498 |
| II.C$_5^{i.c.}$(5) | 0.949500442 | 0.557544006 | 106.516409211 | 2781.86 | 190 | M | 0.000619 | - | 0.017406 |
| II.C$_6^{i.c.}$(5) | 0.954181748 | 0.367303290 | 105.650505561 | 2869.923 | 196 | M | 0.000336 | - | 0.015449 |
| II.C$_7^{i.c.}$(5) | 0.937502581 | 0.805431540 | 144.075975985 | 3483.402 | 238 | M | 0.061184 | - | 0.034701 |
| II.C$_8^{i.c.}$(5) | 0.958901045 | 0.994966699 | 166.987640706 | 3656.438 | 250 | U | - | - | 0.055240 |
| II.C$_9^{i.c.}$(5) | 0.912050868 | 0.959899454 | 162.814385522 | 3715.515 | 254 | U | - | - | 2.657204 |
| II.C$_{10}^{i.c.}$(5) | 0.974037223 | 0.933914206 | 167.063444733 | 3745.309 | 256 | U | - | - | 0.052316 |
| II.C$_{11}^{i.c.}$(5) | 0.989985159 | 0.868530565 | 167.185663141 | 3834.035 | 262 | M | 0.001783 | - | 0.049002 |
| II.C$_{12}^{i.c.}$(5) | 0.994018692 | 0.957680887 | 188.186278880 | 4125.284 | 282 | U | - | - | 0.064212 |
| II.C$_{13}^{i.c.}$(5) | 0.970914030 | 0.603058672 | 161.698956774 | 4128.753 | 282 | M | 0.117661 | - | 0.037554 |
| II.C$_{14}^{i.c.}$(5) | 0.948188161 | 0.835239031 | 199.574099623 | 4741.767 | 324 | U | - | - | 0.063008 |
| II.C$_{15}^{i.c.}$(5) | 0.962571343 | 0.709785965 | 198.570019865 | 4918.722 | 336 | U | - | - | 0.055496 |
| II.C$_{16}^{i.c.}$(5) | 0.973686945 | 0.556618591 | 197.231360783 | 5095.245 | 348 | M | 0.110132 | - | 0.048483 |

Table S XXVIII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 8$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_1^{i.c.}$(8) | 0.942335409 | 0.762670008 | 64.954599326 | 3647.042 | 152 | M | 0.471818 | - | 0.014141 |
| I.A$_2^{i.c.}$(8) | 0.978784558 | 0.965843171 | 110.146450391 | 5854.357 | 244 | U | - | - | 2.482675 |
| I.A$_3^{i.c.}$(8) | 0.936261187 | 0.959621787 | 153.380594637 | 8253.495 | 344 | U | - | - | 1.026090 |
| I.A$_4^{i.c.}$(8) | 0.953366742 | 0.866309376 | 196.189323598 | 10749.369 | 448 | U | - | - | 0.074018 |
| I.B$_1^{i.c.}$(8) | 0.876662095 | 0.903349977 | 44.220541586 | 2446.48 | 102 | U | - | - | 5.890897 |
| I.B$_2^{i.c.}$(8) | 0.945778506 | 0.908619176 | 87.395028604 | 4750.723 | 198 | M | 0.382761 | - | 0.023218 |
| I.B$_3^{i.c.}$(8) | 0.891577054 | 0.843035226 | 86.701118350 | 4845.69 | 202 | U | - | - | 1.796849 |
| II.B$_1^{i.c.}$(8) | 0.993265378 | 0.703321146 | 173.768693019 | 9742.249 | 406 | U | - | - | 0.931975 |
| II.C$_1^{i.c.}$(8) | 0.909706612 | 0.877711575 | 21.719789017 | 1199.563 | 50 | U | - | - | 0.768223 |
| II.C$_2^{i.c.}$(8) | 0.958179854 | 0.690438292 | 43.175832929 | 2447.457 | 102 | M | 0.081608 | - | 0.007371 |
| II.C$_3^{i.c.}$(8) | 0.984700070 | 0.898079663 | 65.809292655 | 3551.151 | 148 | U | - | - | 1.812307 |
| II.C$_4^{i.c.}$(8) | 0.976725263 | 0.609820618 | 64.622404409 | 3695.308 | 154 | M | 0.017525 | - | 0.013109 |
| II.C$_5^{i.c.}$(8) | 0.932654777 | 0.886864964 | 86.672539931 | 4750.725 | 198 | U | - | - | 2.511417 |
| II.C$_6^{i.c.}$(8) | 0.948879266 | 0.564046192 | 86.104832432 | 4990.663 | 208 | M | 0.081604 | - | 0.020277 |
| II.C$_7^{i.c.}$(8) | 0.993264527 | 0.536401093 | 107.564527720 | 6190.987 | 258 | M | 0.002229 | - | 0.024725 |
| II.C$_8^{i.c.}$(8) | 0.930007941 | 0.691890542 | 129.521966249 | 7389.86 | 308 | M | 0.126975 | - | 0.037962 |
| II.C$_9^{i.c.}$(8) | 0.921501706 | 0.744090389 | 172.865304424 | 9789.022 | 408 | U | - | - | 0.801905 |

Table S XXIX. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits for class I.A in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (-1, 0) = -\boldsymbol{r}_2(0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2) = \dot{\boldsymbol{r}}_2(0)$ and $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (-2v_1/m_3, -2v_2/m_3)$ when $G = 1$ and $m_1 = m_2 = 1$ and $m_3 = 10$ by means of the search grid $4000 \times 4000$ in the interval $T_0 \in [0, 200]$, where $T^* = T|E|^{3/2}$ is its scale-invariant period, $L_f$ is the length of the free group element. The two largest winding numbers $\nu_1, \nu_2$, defined by the linear stability coefficients $\lambda_j = exp(2\pi i \nu_j)$, and the largest Lyaponuv exponent $\mu$, defined by $\lambda = exp(\pm\mu)$. The stability of periodic orbits can be classified as linear stable (S), marginal (M) and linear unstable (U).

| Class and number | $v_1$ | $v_2$ | $T$ | $T^*$ | $L_f$ | stability | $\nu_1$ | $\nu_2$ | $\mu$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.A$_1^{i.c.}$(10) | 0.885419180 | 0.424504588 | 24.171106418 | 2056.279 | 68 | U | - | - | 0.126033 |
| I.A$_2^{i.c.}$(10) | 0.968981927 | 0.220063385 | 71.268227815 | 6049.841 | 200 | U | - | - | 0.627705 |
| I.A$_3^{i.c.}$(10) | 0.926231343 | 0.331879324 | 119.501275111 | 10162.52 | 336 | U | - | - | 0.309952 |
| I.B$_1^{i.c.}$(10) | 0.939926082 | 0.307370572 | 47.704374134 | 4053.099 | 134 | M | 0.153979 | - | 0.008925 |
| II.A$_1^{i.c.}$(10) | 0.956588449 | 0.849097025 | 24.256801389 | 1935.907 | 64 | U | - | - | 3.577508 |
| II.B$_1^{i.c.}$(10) | 0.998614527 | 0.593516872 | 47.936051165 | 3932.658 | 130 | U | - | - | 2.119012 |
| II.C$_1^{i.c.}$(10) | 0.963921699 | 0.974436274 | 48.131620363 | 3751.177 | 124 | U | - | - | 7.666035 |
| II.C$_2^{i.c.}$(10) | 0.925484068 | 0.951729641 | 49.868520695 | 3931.244 | 130 | U | - | - | 1.824135 |
| II.C$_3^{i.c.}$(10) | 0.963741339 | 0.482009157 | 95.618510426 | 7985.803 | 264 | U | - | - | 0.379908 |

Table S XXX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{1}^{i.c.}$(0.5) | BabA |
| I.$A_{2}^{i.c.}$(0.5) | BaBabAbA |
| I.$A_{3}^{i.c.}$(0.5) | BaBaBabAbAbA |
| I.$A_{4}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbaBabAbaBAbA |
| I.$A_{5}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbAbaBabAbaBaBAbA |
| I.$A_{6}^{i.c.}$(0.5) | BabAbAbABabABaBaBabA |
| I.$A_{7}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbAbabaBaBaBaBA |
| I.$A_{8}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBAbAbabaBaBAbaBaBA |
| I.$A_{9}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBabABabABabAbABabA |
| I.$A_{10}^{i.c.}$(0.5) | BabAbAbAbAbABabABaBaBaBaBabA |
| I.$A_{11}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| I.$A_{12}^{i.c.}$(0.5) | BaBabAbaBaBAbABaBabAbABaBAbAbaBabAbA |
| I.$A_{13}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbaBabA |
| I.$A_{14}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabA |
| I.$A_{15}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBABaBabaBAbAbabaBaBAbabAbABAbaBaBA |
| I.$A_{16}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$A_{17}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBA |
| I.$A_{18}^{i.c.}$(0.5) | BabaBabABAbAbabABaBABabABAbABabaBaBABabAbabA |
| I.$A_{19}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.$A_{20}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$A_{21}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.$A_{22}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$A_{23}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$A_{24}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.$A_{25}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabA |
| I.$A_{26}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.$A_{27}^{i.c.}$(0.5) | BabAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbABabABaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBabA |
| I.$A_{28}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBABaBAbaBAbaBAbaBabaBAbAbabaBaBAbabAbaBAbaBAbaBAbABAbaBaBA |
| I.$A_{29}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$A_{30}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBA |
| I.$A_{31}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabA |
| I.$A_{32}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabABabaBaBA |
| I.$A_{33}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbABabaBaBABabAbabABabABabABabABabaBabABAbAbabABaBABabABabA |
| I.$A_{34}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabA |
| I.$A_{35}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbaBABaBabaBAbABabABabABabABabABabABaBAbabAbABAbaBabABabABabA |
| I.$A_{36}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| I.$A_{37}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$A_{38}^{i.c.}$(0.5) | BabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabA |
| I.$A_{39}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabA |
| I.$A_{40}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabA |

Table S XXXI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.A$_{41}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabaBabABAbAbabABaBABabABAbAbabaBaBABabABAbABabaBaBABabAbabABabaBaBA |
| I.A$_{42}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABaBAbabAbABAbaBabaBabABAbAbabaBaBABabAbabAbaBABaBabaBAbABAbABabaBaBA |
| I.A$_{43}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| I.A$_{44}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| I.A$_{45}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| I.A$_{46}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabA |
| I.A$_{47}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| I.A$_{48}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.A$_{49}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.A$_{50}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBabAbABaBAbAbaBabAbaBaBAbABaBabAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBaBAbA |
| I.A$_{51}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBabABabABabABabABabAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbABabABabA |
| I.A$_{52}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| I.A$_{53}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabABaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbABabABabAbaBAbaBabA |
| I.A$_{54}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| I.A$_{55}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabABAbAbabaBaBABabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBaBA |
| I.A$_{56}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbAbabaBaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBaBA |
| I.A$_{57}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.A$_{58}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| I.A$_{59}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabA |
| I.A$_{60}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabaBAbaBAbABABaBababAbaBAbaBABabABAbAbabaBaBABabABAbaBAbaBababAbABABaBAbaBAbabABabaBaBA |
| I.A$_{61}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabA |
| I.A$_{62}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabABabABAbABabaBaBABabAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBabABAbAbabABaBABabABabABabaBaBA |
| I.A$_{63}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabA |
| I.A$_{64}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabA |
| I.A$_{65}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabA |
| I.A$_{66}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| I.A$_{67}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabA |
| I.A$_{68}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabA |
| I.A$_{69}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabA |
| I.A$_{70}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.A$_{71}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.A$_{72}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| I.A$_{73}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBA |
| I.A$_{74}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBabABAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBABabAbabABabABabABabABabA |
| I.A$_{75}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabABAbABaba BaBA |
| I.A$_{76}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbABabaBabaBAbABABaBababAbaBABaBABabAbabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBababAbABABaBAbabAbabABaBABabA BabA |
| I.A$_{77}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbA BabA |
| I.A$_{78}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBA BabA |
| I.A$_{79}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAba BAbaBabA |
| I.A$_{80}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabA baBABaBabaBAbABabaBaBA |

Table S XXXII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.A$^{i.c.}_{81}$(0.5) | BabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{82}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| I.A$^{i.c.}_{83}$(0.5) | BabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{84}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| I.A$^{i.c.}_{85}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{86}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabaBabABAbAbabABaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbABabaBaBABabAbabABabABabABabABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{87}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{88}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.A$^{i.c.}_{89}$(0.5) | BabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{90}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{91}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.A$^{i.c.}_{92}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{93}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{94}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{95}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| I.A$^{i.c.}_{96}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{97}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{98}$(0.5) | BAbAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbAbabaBaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{99}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{100}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{101}$(0.5) | BabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{102}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabA |
| I.A$^{i.c.}_{103}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{104}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabA |

Table S XXXIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A^{i.c.}_{105}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBabABAbABabaBaBA |
| I.$A^{i.c.}_{106}(0.5)$ | BAbAbabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABAbAbabaBaBABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabaBaBA |
| I.$A^{i.c.}_{107}(0.5)$ | BabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{108}(0.5)$ | BabaBabABAbaBABaBAbabABabaBabABAbABABaBababAbabABaBABabABAbaBabaBAbabABaBABabABAbABabaBAbabAbaBABabABAbABabaBababAbABABaBABabAbabABabaBAbABAbaBABabAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{109}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{110}(0.5)$ | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbabABaBABabABabABabaBabABAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBABabAbabABabABabABAbABabaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBA |
| I.$A^{i.c.}_{111}(0.5)$ | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabA |
| I.$A^{i.c.}_{112}(0.5)$ | BAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBA |
| I.$A^{i.c.}_{113}(0.5)$ | BabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$A^{i.c.}_{114}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| I.$A^{i.c.}_{115}(0.5)$ | BabABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABABaBababAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBababAbABABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{116}(0.5)$ | BAbAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBabABAbAbabABaBABabAbaBABaBabaBAbABAbaBabABAbAbabaBaBABabAbaBABaBAbabAbABAbaBabABAbABabaBaBABabAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBaBA |
| I.$A^{i.c.}_{117}(0.5)$ | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{118}(0.5)$ | BabaBAbABAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbabAbaBABabABAbaBabaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBABaBAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{119}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{120}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{121}(0.5)$ | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$A^{i.c.}_{122}(0.5)$ | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{123}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabA |
| I.$A^{i.c.}_{124}(0.5)$ | BAbABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabAbabaBabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABaBA |
| I.$A^{i.c.}_{125}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabA |

Table S XXXIV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.A$^{i.c.}_{126}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{127}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{128}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{129}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabA |
| I.A$^{i.c.}_{130}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBabABabABabABabABaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABAbABabaBaBABAbABabABabABabABabAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{131}$(0.5) | BabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{132}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{133}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{134}$(0.5) | BabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{135}$(0.5) | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBabABAbAbabABaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbABabaBaBABabAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{136}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{137}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabABAbABabaBabaBAbaBABaBABabAbabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabABAbABAbaBAbabAbabABaBABabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{138}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{139}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBababAbABABaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbABABaBababAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABabABabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{140}$(0.5) | BAbABabaBabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabAbabABaBA |
| I.A$^{i.c.}_{141}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{142}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBABabABabABAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{143}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbabABaBABabAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbABabaBabABAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBABabAbabABaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBabABAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| I.A$^{i.c.}_{144}$(0.5) | BabABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{145}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbaBABaBABabAbabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABabaBabaBAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBAbabAbabABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabaBabABAbABAbaBAbabAbabABaBA |
| I.A$^{i.c.}_{146}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabA |
| I.A$^{i.c.}_{147}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbaBABaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBabaBAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBAbabAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbABAbaBAbabAbabABaBA |

Table S XXXV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| $\text{I.B}_{1}^{i.c.}(0.5)$ | BaBAbA |
| $\text{I.B}_{2}^{i.c.}(0.5)$ | BaBaBAbAbA |
| $\text{I.B}_{3}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbABABaBaBA |
| $\text{I.B}_{4}^{i.c.}(0.5)$ | BabAbaBAbaBabA |
| $\text{I.B}_{5}^{i.c.}(0.5)$ | BaBaBaBAbAbAbA |
| $\text{I.B}_{6}^{i.c.}(0.5)$ | BabABAbaBAbaBABabA |
| $\text{I.B}_{7}^{i.c.}(0.5)$ | BaBabaBaBAbAbabAbA |
| $\text{I.B}_{8}^{i.c.}(0.5)$ | BaBaBaBaBAbAbAbAbA |
| $\text{I.B}_{9}^{i.c.}(0.5)$ | BabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| $\text{I.B}_{10}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbabAbABABaBabaBaBA |
| $\text{I.B}_{11}^{i.c.}(0.5)$ | BaBabbbaBaBAbAbaaabAbA |
| $\text{I.B}_{12}^{i.c.}(0.5)$ | BabaBaBabaBAbabAbAbabA |
| $\text{I.B}_{13}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| $\text{I.B}_{14}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| $\text{I.B}_{15}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| $\text{I.B}_{16}^{i.c.}(0.5)$ | BaBAbAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBaBAbA |
| $\text{I.B}_{17}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| $\text{I.B}_{18}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| $\text{I.B}_{19}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBaBA |
| $\text{I.B}_{20}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| $\text{I.B}_{21}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbabABabaBAbabAbABABaBabaBAbabABabaBaBA |
| $\text{I.B}_{22}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| $\text{I.B}_{23}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbabABaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbABabaBaBA |
| $\text{I.B}_{24}^{i.c.}(0.5)$ | BabABaBABabAbaBABaBAbaBAbaBAbABAbaBabABAbABabA |
| $\text{I.B}_{25}^{i.c.}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabA |
| $\text{I.B}_{26}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{27}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{28}^{i.c.}(0.5)$ | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabA |
| $\text{I.B}_{29}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{30}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{31}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabA |
| $\text{I.B}_{32}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBaBA |
| $\text{I.B}_{33}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{34}^{i.c.}(0.5)$ | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| $\text{I.B}_{35}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbABABaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBaBA |
| $\text{I.B}_{36}^{i.c.}(0.5)$ | BabAbabABaBAbabAbAbabABaBAbabAbaBAbaBabaBAbABabaBaBabaBAbABabaBabA |
| $\text{I.B}_{37}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{38}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbabaBabABabABAbaBAbaBababAbABABaBababAbaBAbaBABabABabAbabaBaBA |
| $\text{I.B}_{39}^{i.c.}(0.5)$ | BabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabA |
| $\text{I.B}_{40}^{i.c.}(0.5)$ | BAbAbABAbaBaBABabAbaBABaBabABAbAbABABaBaBABabAbABAbaBabABAbAbaBABaBaBA |

Table S XXXVI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$B_{41}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBABaBabABAbAbABAbaBaBABabAbABABaBabABAbAbaBABaBaBABabAbABAbaBaBA |
| I.$B_{42}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBABaBaBABabAbaBABaBaBABabAbaBAbaBabABAbAbABAbaBabABAbAbABAbaBabA |
| I.$B_{43}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbabABaBAbabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabaBAbABabaBabABabABabA |
| I.$B_{44}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabaBabABAbABabaBaBA |
| I.$B_{45}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$B_{46}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.$B_{47}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabA |
| I.$B_{48}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabA |
| I.$B_{49}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| I.$B_{50}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.$B_{51}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$B_{52}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.$B_{53}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{54}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabABabA |
| I.$B_{55}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{56}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabA |
| I.$B_{57}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| I.$B_{58}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabABabA |
| I.$B_{59}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$B_{60}^{i.c.}$(0.5) | BabaBabABAbaBABaBAbabAbabABaBABabABAbaBabaBAbabAbaBABabABAbABabaBabaBAbABAbaBABabAbabA |
| I.$B_{61}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabA |
| I.$B_{62}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{63}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBA |
| I.$B_{64}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{65}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbabABaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| I.$B_{66}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabA |
| I.$B_{67}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| I.$B_{68}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABaBABabAbaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABAbaBabABAbABabABabABabABabA |
| I.$B_{69}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$B_{70}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.$B_{71}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{72}^{i.c.}$(0.5) | BabaBAbABAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABAbABabaBAbabABaBABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBABaBAbabA |
| I.$B_{73}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$B_{74}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{75}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| I.$B_{76}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{77}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B_{78}^{i.c.}$(0.5) | BAbABabaBabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbABABaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabAbabABaBA |
| I.$B_{79}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$B_{80}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABabABabABabA |

Table S XXXVII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
| --- | --- |
| $I.B^{i.c.}_{81}(0.5)$ | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbabABabABabABAbABabaBabaBAbABABaBAbabAbabABaBABabABabABabaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBA |
| $I.B^{i.c.}_{82}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{83}(0.5)$ | BabAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbAbabABaBAbabAbaBAbaBabaBAbABabaBaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBabA |
| $I.B^{i.c.}_{84}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| $I.B^{i.c.}_{85}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{86}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabAbabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabaBabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{87}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{88}(0.5)$ | BabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabA |
| $I.B^{i.c.}_{89}(0.5)$ | BabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabA |
| $I.B^{i.c.}_{90}(0.5)$ | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{91}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{92}(0.5)$ | BabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{93}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{94}(0.5)$ | BAbAbABAbaBaBABabAbaBABaBabABAbAbABAbaBaBABabAbaBABaBabABAbAbABABaBaBABabAbABAbaBabABAbAbaBABaBaBABabAbABAbaBabABAbAbaBABaBaBA |
| $I.B^{i.c.}_{95}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabABabABabABaBABabAbaBABaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbABAbaBabABAbABabABabABabABAbABabaBaBA |
| $I.B^{i.c.}_{96}(0.5)$ | BabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABAbABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABaBABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{97}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{98}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{99}(0.5)$ | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| $I.B^{i.c.}_{100}(0.5)$ | BabaBabABAbaBABaBAbabABabaBabABAbABAbaBabaBAbabABaBABabABAbaBabaBAbabAbaBABabABAbABabaBAbabAbaBABaBABabAbabABabaBAbABAbaBABabAbabA |

Table S XXXVIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$B^{i.c.}_{101}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| I.$B^{i.c.}_{102}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabA |
| I.$B^{i.c.}_{103}$(0.5) | BabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{104}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{105}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabA |
| I.$B^{i.c.}_{106}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{107}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{108}$(0.5) | BabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBAbaBAbabABabABabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabABabABabaBAbaBAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabA |
| I.$B^{i.c.}_{109}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABAbABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{110}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$B^{i.c.}_{111}$(0.5) | BAbAbabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabaBabABabABabABabABabABabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabABabABabABabABabABabAbabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabaBaBA |
| I.$B^{i.c.}_{112}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{113}$(0.5) | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{114}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{115}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBABabAbabABabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabABabaBabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{116}$(0.5) | BabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabA |
| I.$B^{i.c.}_{117}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{118}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$B^{i.c.}_{119}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{120}$(0.5) | BabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabA |

Table S XXXIX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{121}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabaBAb ABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{122}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAb aBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{123}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABab ABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{124}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaB AbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{125}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABab AbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{126}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaB AbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{127}(0.5)$ | BAbAbabABaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBabABAbABabaBaBABabAbabABaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbABabaB abABAbAbabABaBABabAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbABabaBaBA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{128}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABab ABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{129}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABab ABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{130}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabAB AbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{131}(0.5)$ | BabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAB abABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{132}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAb aBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{133}(0.5)$ | BabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbAB abABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{134}(0.5)$ | BAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABABaBAbabAbaBAB aBABabAbabABabABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{135}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAb aBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{136}(0.5)$ | BabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaB AbaBabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{137}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAb ABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{138}(0.5)$ | BAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABABaBAbabAb aBABaBABabAbabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{139}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaB AbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| $\mathrm{I.B}^{i.c.}_{140}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAb aBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |

Table S XL. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$B^{i.c.}_{141}$(0.5) | BabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{142}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{143}$(0.5) | BAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBA |
| I.$B^{i.c.}_{144}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{145}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{146}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBaBA |
| I.$B^{i.c.}_{147}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabABabaBabABAbABAbaBAbabAbabABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABabaBabaBAbaBABaBABabAbabABabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{148}$(0.5) | BabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabA |
| I.$B^{i.c.}_{149}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBababAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBababAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBaBA |
| I.$B^{i.c.}_{150}$(0.5) | BAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| I.$B^{i.c.}_{151}$(0.5) | BAbAbabaBabaBAbABAbaBABaBAbabABabaBabABAbABabaBabaBAbaBAbaBABabABabABabaBabaBAbABAbaBabaBAbabABaBABabABAbABabaBababAbABABaBababAbabABaBABabABAbABabaBAbabAbaBABaBAbabAbabABabABabABAbaBAbaBAbabAbabABaBABabAbabABabaBAbABAbaBABaBAbabAbabaBaBA |
| I.$B^{i.c.}_{152}$(0.5) | BAbAbabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabABabABAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABAbaBababAbABABaBababAbaBABaBABabABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBABabABabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabaBaBA |
| II.$A^{i.c.}_{1}$(0.5) | BabAbaBAbABabABaBAbaBabA |
| II.$A^{i.c.}_{2}$(0.5) | BaBAbABaBabAbaBabAbaBabAbABaBAbA |
| II.$A^{i.c.}_{3}$(0.5) | BaBAbAbaBabAbABaBAbAbaBabAbaBaBAbABaBabAbaBaBAbA |
| II.$A^{i.c.}_{4}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabA |
| II.$A^{i.c.}_{5}$(0.5) | BAbAbabAbaBABaBabaBAbABAbAbabaBaBABaBAbabAbABAbaBabaBaBA |
| II.$A^{i.c.}_{6}$(0.5) | BabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabA |
| II.$A^{i.c.}_{7}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$B^{i.c.}_{1}$(0.5) | BaBAbAbaBabAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBabAbaBaBAbA |
| II.$B^{i.c.}_{2}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabA |
| II.$B^{i.c.}_{3}$(0.5) | BAbAbaBABaBabaBAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABabaBaBABabAbABABaBabABAbAbabABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBAbabAbABAbaBaBA |
| II.$B^{i.c.}_{4}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabA |

Table S XLI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{1}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbaBAbA |
| II.$C_{2}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBaBA |
| II.$C_{3}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbABaBaBA |
| II.$C_{4}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbaBaBaBA |
| II.$C_{5}^{i.c.}$(0.5) | BaBaBAbaBAbAbA |
| II.$C_{6}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabaBaBA |
| II.$C_{7}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBabAbaBabA |
| II.$C_{8}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbABabA |
| II.$C_{9}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBababAbABabA |
| II.$C_{10}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBaBAbAbABabA |
| II.$C_{11}^{i.c.}$(0.5) | BaBaBaBababAbAbAbA |
| II.$C_{12}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbaBabABabAbaBAbA |
| II.$C_{13}^{i.c.}$(0.5) | BaBaBabAbAbaBaBabAbAbA |
| II.$C_{14}^{i.c.}$(0.5) | BabAbAbaBAbaBAbaBaBabA |
| II.$C_{15}^{i.c.}$(0.5) | BabAbAbABabABabABaBaBabA |
| II.$C_{16}^{i.c.}$(0.5) | BabAbabABaBababAbABabaBabA |
| II.$C_{17}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabAbABAbaBABaBabaBaBA |
| II.$C_{18}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbAbaBabAbaBabAbaBaBAbA |
| II.$C_{19}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabAbAbabABabaBaBabaBaBA |
| II.$C_{20}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbAbabaBaBABabABabA |
| II.$C_{21}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBABaBAbaBAbaBAbABAbaBaBA |
| II.$C_{22}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBABaBaBababAbAbABAbaBabA |
| II.$C_{23}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbAbAbaBAbaBAbaBaBaBaBaBA |
| II.$C_{24}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabA |
| II.$C_{25}^{i.c.}$(0.5) | BaBAbABaBAbAbaBabAbaBaBAbABaBAbA |
| II.$C_{26}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBaBA |
| II.$C_{27}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbABABaBaBAbaBAbAbABABaBaBaBA |
| II.$C_{28}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbabABaBaBababAbAbABabaBaBaBA |
| II.$C_{29}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbABAbaBabABabABabAbaBABaBaBaBA |
| II.$C_{30}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabA |
| II.$C_{31}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbabABaBaBAbaBAbaBAbAbABabaBaBaBA |
| II.$C_{32}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabABabA |
| II.$C_{33}^{i.c.}$(0.5) | BabaBabABAbABABaBababAbABABaBABabAbabA |
| II.$C_{34}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabAbAbAbAbaBAbaBAbaBaBaBaBabaBaBA |
| II.$C_{35}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabA |
| II.$C_{36}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$C_{37}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbaBABaBababAbABAbaBabABabABabA |
| II.$C_{38}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbABAbaBaBABabAbABABaBabABAbAbaBABaBaBA |
| II.$C_{39}^{i.c.}$(0.5) | BaBabAbaBaBAbABaBabAbaBabAbABaBAbAbaBabAbA |
| II.$C_{40}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBaBA |

Table S XLII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{41}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_{42}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBA |
| II.$C_{43}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABaBABabAbaBABaBababAbABAbaBabABAbABabABabA |
| II.$C_{44}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBabAAbaBabAbaBAbaBabAbaBAbaBabAbaBBabAbaBabA |
| II.$C_{45}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbAbaBABaBaBAbabAbAbABABaBaBabaBAbAbABAbaBaBaBA |
| II.$C_{46}^{i.c.}$ (0.5) | BAbABabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabABaBA |
| II.$C_{47}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbabABaBabaBAbABabaBabABabAbabABaBAbabAbABabaBabA |
| II.$C_{48}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{49}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbAbabABaBaBabaBAbAbAbABABaBaBaBAbabAbAbABabaBaBaBA |
| II.$C_{50}^{i.c.}$ (0.5) | BaBAbAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBaBAbA |
| II.$C_{51}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbaBABaBabaBAbAbabABaBAbaBAbABabaBaBAbabAbABAbaBaBA |
| II.$C_{52}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbaBAbABabaBaBaBaBaBAbaBAbaBAbAbAbAbAbabABaBAbaBaBA |
| II.$C_{53}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabA |
| II.$C_{54}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABabaBAbabAbABAbaBabaBAbabAbaBABaBabaBAbabABabaBaBA |
| II.$C_{55}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBaBA |
| II.$C_{56}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_{57}^{i.c.}$ (0.5) | BabaBabABAbaBABaBAbabAbabABaBABAbABabaBabaBAbABAbaBABabAbabA |
| II.$C_{58}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBA |
| II.$C_{59}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBA |
| II.$C_{60}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_{61}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBabABabABabABabA |
| II.$C_{62}^{i.c.}$ (0.5) | BAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBA |
| II.$C_{63}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_{64}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabA |
| II.$C_{65}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbAbabaBaBaBABabAbAbaBABaBaBababAbAbABAbaBaBabABAbAbAbabaBaBabA |
| II.$C_{66}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabABaBABabAbaBABaBababAbABAbaBabABAbABabABabABabABabA |
| II.$C_{67}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbaBABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABAbaBaBA |
| II.$C_{68}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBababAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabA |
| II.$C_{69}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBA |
| II.$C_{70}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C_{71}^{i.c.}$ (0.5) | BabABaBABAbAbabABaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbABabaBaBABAbABabA |
| II.$C_{72}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBA |
| II.$C_{73}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| II.$C_{74}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabABabABaBABabAbaBABaBababAbABAbaBabABAbABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{75}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbabABabaBabABAbAbabaBabABabABAbAbabaBaBABabABabAbabaBaBABabAbabABabaBaBA |
| II.$C_{76}^{i.c.}$ (0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabA |
| II.$C_{77}^{i.c.}$ (0.5) | BabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabA |
| II.$C_{78}^{i.c.}$ (0.5) | BAbAbaBAbaBABaBaBABabAbabAbaBABaBabABabABabAbABAbaBabaBabABAbAbABAbaBAbaBaBA |
| II.$C_{79}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C_{80}^{i.c.}$ (0.5) | BabABabABabABabAbabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabaBabABabABabABabA |

Table S XLIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{81}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBabABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{82}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| II.$C_{83}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$C_{84}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbAbaBABaBaBAbabAbAbaBABaBaBAbabAbAbaBAbaBaBabaBAbAbABAbaBaBabaBAbAbABAbaBaBaBA |
| II.$C_{85}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbABABaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabA |
| II.$C_{86}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabaBaBA |
| II.$C_{87}^{i.c.}$(0.5) | BabaBabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbABAbaBababAbaBABaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabAbabA |
| II.$C_{88}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBA |
| II.$C_{89}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$C_{90}^{i.c.}$(0.5) | BabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabA |
| II.$C_{91}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBA |
| II.$C_{92}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabA |
| II.$C_{93}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABaBABabAbaBABaBababAbABAbaBabABAbABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{94}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabA |
| II.$C_{95}^{i.c.}$(0.5) | BabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabA |
| II.$C_{96}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_{97}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbABabaBaBABAbAbabABaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbABabaBaBA |
| II.$C_{98}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabaBaBABabAbabABaBABaBABAbAbabABaBABabABAbABabaBaBABAbABAbABabaBabABAbAbabABabaBaBA |
| II.$C_{99}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABaBAbabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabaBAbABabABabA |
| II.$C_{100}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabA |
| II.$C_{101}^{i.c.}$(0.5) | BabABabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabABaBABAbABabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabABabA |
| II.$C_{102}^{i.c.}$(0.5) | BabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabA |
| II.$C_{103}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbABabaBaBABAbABabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabABaBABAbAbabABaBABabABabA |
| II.$C_{104}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabABabA |
| II.$C_{105}^{i.c.}$(0.5) | BAbABabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBABabAbabABabABabABabABabaBabABAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabABaBA |
| II.$C_{106}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabaBabABAbABabaBaBABabABabABabABabABAbAbabABaBABabAbabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C_{107}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbabABaBAbabAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBababAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBabaBAbABabaBabABabABabA |
| II.$C_{108}^{i.c.}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_{109}^{i.c.}$(0.5) | BabAbabABaBABabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBaBABAbAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabABAbABabaBabA |
| II.$C_{110}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{111}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| II.$C_{112}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABaBABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABAbABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{113}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABabAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C_{114}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C_{115}^{i.c.}$(0.5) | BabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabA |
| II.$C_{116}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBaBABAbAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBA |
| II.$C_{117}^{i.c.}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C_{118}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabABabABaBABAbAbabABaBABabABabAbabaBaBABabAbabABabaBabABAbAbabaBabABabABAbABabaBaBABAbABabABabaBaBA |
| II.$C_{119}^{i.c.}$(0.5) | BAbAbabaBabaBAbABAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBABaBAbabAbabaBaBA |
| II.$C_{120}^{i.c.}$(0.5) | BabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabA |

Table S XLIV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{121}(0.5)$ | BAbABabaBabaBAbaBABaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabAbabABabaBabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbABAbaBAbabAbabA BaBA |
| II.$C^{i.c.}_{122}(0.5)$ | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAba bABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{123}(0.5)$ | BAbAbabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABa baBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{124}(0.5)$ | BabABabABabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabABabABabABabABabABabABabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabA BabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{125}(0.5)$ | BabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBA BabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{126}(0.5)$ | BabABabABabAbabaBaBABabAbabABaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbABabaBabABAbAbabaBabA BabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{127}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABaBA baBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{128}(0.5)$ | BabABaBABabAbABAbaBabaBabABAbAbabaBaBABabAbabAbaBABaBababAbABAbaBabaBabABAbAbabaBaBABabAbabAbaBABaBa bABAbABabA |
| II.$C^{i.c.}_{129}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBA bABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{130}(0.5)$ | BabABabABabAbaBABaBAbabAbABabaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbabABaBabaBAbABAbaBa bABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{131}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABa bABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{132}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabA BabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{133}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAba BAbaBabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{134}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBA baBAbABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{135}(0.5)$ | BaBAbAbaBabAbaBaBAbABaBAbAbaBabAbaBaBAbABaBAbAbaBabAbABaBAbABaBabAbaBaBAbABaBAbAbaBabAbaBaBAbABaBAbA baBabAbaBaBAbA |
| II.$C^{i.c.}_{136}(0.5)$ | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbaBABa BAbabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{137}(0.5)$ | BabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBA BaBABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{138}(0.5)$ | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBA BabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{139}(0.5)$ | BabABabABabABabaBabABAbABabaBabABAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBABabAbabABaBABabA babABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{140}(0.5)$ | BabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBABaBABabAbabaBaBABAbAbabaBabABAbABAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabA babABaBABabABabA |

Table S XLV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
| --- | --- |
| II.$C^{i.c.}_{141}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbaBAbaBABabAbabABabABAbABAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBABaBABabABabaBabABAbaBAbaBAbabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{142}$(0.5) | BabABAbaBAbaBAbabABabABAbABAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBABaBABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{143}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabABabABAbABabaBabABAbAbabaBabABabABabABabABabABabAbabaBaBABabAbabABaBABabABabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{144}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{145}$(0.5) | BabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{146}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{147}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabaBabABAbABabaBabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabAbabABaBABabAbabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{148}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{149}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{150}$(0.5) | BabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{151}$(0.5) | BabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{152}$(0.5) | BabAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{153}$(0.5) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{154}$(0.5) | BAbAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBababAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{155}$(0.5) | BabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabA |
| II.$C^{i.c.}_{156}$(0.5) | BabaBaBABAbAbabABaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBabABAbAbabaBabABabABabAbabaBaBABabAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbABabaBaBABAbAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{157}$(0.5) | BabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{158}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{159}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{160}$(0.5) | BabAbabABaBabaBAbABabABabABabAbabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabaBabABabABabABaBAbabAbABabaBabA |

Table S XLVI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{161}$(0.5) | BabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{162}$(0.5) | BAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABabABabABabABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{163}$(0.5) | BabABabABabAbabABaBABabAbaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbABABaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABAbaBabABAbABabaBabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{164}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabABAbaBAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBababAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBAbaBABabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{165}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{166}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{167}$(0.5) | BabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{168}$(0.5) | BabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{169}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{170}$(0.5) | BabaBabABAbaBABaBAbabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabaBAbABAbaBABabAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{171}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{172}$(0.5) | BabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{173}$(0.5) | BabABabABabABabAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{174}$(0.5) | BabABabABaBAbabAbABAbaBabABAbABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABaBABabAbaBABaBabaBAbABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{175}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{176}$(0.5) | BabABabABabABabABaBABabAbabABaBABabAbabABabABabABabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabABabABabaBabABAbABabaBabABAbABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{177}$(0.5) | BabABabABabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBaBABAbAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{178}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{179}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{180}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabA |

Table S XLVII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{181}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabaBabaBAbABABaBAbabAbabABabABAbABAbaBa |
| | baBAbaBABaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{182}$(0.5) | BAbAbabaBabaBAbABAbaBABabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABAbaBabaBAbabAbaBABabABAbABabaBabaBA |
| | bABAbaBAbabAbabABabABabABAbaBABaBAbabAbabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{183}$(0.5) | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBA |
| | bABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{184}$(0.5) | BabaBabABAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABabABAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAba |
| | BABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBABabAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{185}$(0.5) | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBA |
| | baBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{186}$(0.5) | BAbAbabABaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBabABAbAbabABaBABabAbabAbaBABaBababAbABAbaBabaBabABAbABaba |
| | BaBABabAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{187}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBAba |
| | bABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{188}$(0.5) | BabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABABaBAbabAbaBABaBABabAbabA |
| | BabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{189}$(0.5) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabA |
| | BabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{190}$(0.5) | BabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABaba |
| | BaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{191}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBA |
| | baBAbaBAbaBAbaBAbABAbABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{192}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbA |
| | BabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{193}$(0.5) | BabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBababAbaBABaBAbabAbabABaBA |
| | BabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{194}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabABabABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabABabABabABabABabABabABabABaBABabA |
| | babABaBABabAbabABaBABabAbabABabABabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{195}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabA |
| | BabABabABabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{196}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABA |
| | baBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{197}$(0.5) | BabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbABabABabABabAbaBA |
| | baBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{198}$(0.5) | BabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBA |
| | baBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| II.$C^{i.c.}_{199}$(0.5) | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBababAbaBABaBABabABabABa |
| | bABAbABAbaBAbaBAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{200}$(0.5) | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBA |
| | baBAbaBAbaBAbaBabaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |

Table S XLVIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{201}(0.5)$ | BabaBabABAbaBABaBAbabABabaBabABAbaBABaBABabABabaBabaBAbaBABaBABabABabaBabaBAbABABaBAbabAbabABabABAbABAbaBAbabAbabABabABAbABAbaBABabAbabABabaBAbABAbaBABabAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{202}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{203}(0.5)$ | BabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{204}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABAbaBabABabABabABabABabABabABabABabAbaBABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{205}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{206}(0.5)$ | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{207}(0.5)$ | BabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBAbaBabaBAbABAbaBabABAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBABabAbaBABaBAbabAbaBAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{208}(0.5)$ | BabABabABAbABabaBabaBAbABABaBababAbaBABaBABabAbabABabABabABabABabaBabaBAbABAbaBababAbaBABaBAbabAbabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBababAbABABaBAbabAbabABaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{209}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{210}(0.5)$ | BabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBAbABabABaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{211}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{212}(0.5)$ | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{213}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABaBABabAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBabABAbABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{214}(0.5)$ | BAbAbabABabABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{215}(0.5)$ | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBABabAbabaBabABAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{216}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{217}(0.5)$ | BAbAbabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBababAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{218}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{219}(0.5)$ | BAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{220}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |

Table S XLIX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{221}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{222}(0.5)$ | BabAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbaBabABAbABabaBabABAbABabaBaBABAbAbabABaBABabAbabABaBABabAbaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{223}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{224}(0.5)$ | BabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{225}(0.5)$ | BabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbABABaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{226}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{227}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabABaBAbaBAbABabABabAbaBAbaBabABabAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{228}(0.5)$ | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabaBabABAbABAbaBababAbaBABaBABabAbabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{229}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{230}(0.5)$ | BabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABaBABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABAbABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{231}(0.5)$ | BabABabABabABAbABabaBabABAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabAbabABabABabABabABabABabABabaBabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBABabAbabABaBABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{232}(0.5)$ | BabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBababAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{233}(0.5)$ | BabABabABabABabABabABabABabABabABaBABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABAbABabABabABabABabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{234}(0.5)$ | BAbAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBaBABabAbaBABaBAbabAbABAbaBabABAbABabaBaBABabAbaBABaBababAbABAbaBabABAbAbabABaBABabAbaBABaBabaBAbABAbaBabABAbAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{235}(0.5)$ | BabAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbABabABabABaBAbaBAbaBAbABabABaBAbaBAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBabABabABabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{236}(0.5)$ | BabABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{237}(0.5)$ | BabABabABabABabAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbABabABabABabABabABabABabABabABaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{238}(0.5)$ | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{239}(0.5)$ | BAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbAbabABaBABabAbabABaBAbabAbABABaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBABabAbabABaBAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBabABAbABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{240}(0.5)$ | BAbAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBaBABabAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBaBABAbAbabABaBAbabAbaBAbaBabaBAbABabaBaBABAbAbabABaBAbabAbaBABaBabaBAbABabaBabABAbAbabABaBAbabAbABAbaBabaBAbABabaBaBA |

Table S L. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{241}$(0.5) | BabABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{242}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabABabABabABabABabABabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabABabABabABabABabABabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{243}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{244}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{245}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabABAbABAbaBababAbaBABaBABabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{246}$(0.5) | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBabABAbABAbaBababAbaBABaBABabAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{247}$(0.5) | BabABabABabABabABabaBabABAbABabaBabaBAbABAbaBabaBAbABAbaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabABabABabABabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbaBAbabAbaBABaBAbabAbaBABaBAbabAbabABaBABabAbabABabABabABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{248}$(0.5) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{249}$(0.5) | BabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABabaBabABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabAbabABaBABabABabABabABAbABabaBabABAbABabaBabABAbABababaBabABAbABabaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{250}$(0.5) | BabABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabAbabABabABAbABabaBabaBAbABAbaBAbabAbaBABaBABabABabABabABAbABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABaBABabABabABabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABaBABabABabaBabABAbABAbaBabaBAbaBABaBAbabAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{251}$(0.5) | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbababaBaBABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{252}$(0.5) | BAbAbabABaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBabABAbABabaBaBABAbAbabABaBABaBAbabAbaBABaBabaBAbABAbaBabaBabABAbABabaBaBABAbAbabABaBABabAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbABabaBaBABAbAbabABaBABabAbabAbaBABaBAbabAbABAbaBabaBAbABAbABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{253}$(0.5) | BAbAbabABabABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABAbABabaBaBABAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBABAbAbabABaBABabABabABabaBaBABAbAbabABabABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{254}$(0.5) | BAbAbabABabABabABAbAbabaBaBABabAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBabABAbAbabABabABabABabAbabaBaBABabAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBabABAbAbabaBabABabABabABabaBaBABabAbabABabABabABAbAbabaBaBABabABabABabaBabABAbAbabaBaBABabABabABabaBaBA |
| II.$C^{i.c.}_{255}$(0.5) | BAbABabaBabaBAbaBABaBABabABabABabaBAbABAbaBAbabAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBabaBAbaBABaBAbabABabABabABAbABAbaBAbabAbabABaBA |

Table S LI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{1}^{i.c.}$(0.75) | BabA |
| I.$A_{2}^{i.c.}$(0.75) | BaBabAbA |
| I.$A_{3}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbabA |
| I.$A_{4}^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabAbaBAbA |
| I.$A_{5}^{i.c.}$(0.75) | BabAbABabABaBabA |
| I.$A_{6}^{i.c.}$(0.75) | BAbAbAbabaBaBaBA |
| I.$A_{7}^{i.c.}$(0.75) | BabAbaBAbABabABaBAbaBabA |
| I.$A_{8}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbaBABabABAbaBAbabA |
| I.$A_{9}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$A_{10}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| I.$A_{11}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbabABabABabaBAbaBABabA |
| I.$A_{12}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{13}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| I.$A_{14}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A_{15}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$A_{16}^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabABabABaBAbaBabAbaBAbABabABabAbaBAbA |
| I.$A_{17}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabA |
| I.$A_{18}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{19}^{i.c.}$(0.75) | BababABAbaBaBAbabABABabABABabaBAbAbaBABababA |
| I.$A_{20}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABabABAbabABabaBAbabaBAbabABabaBABabABAbaBA |
| I.$A_{21}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$A_{22}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabA |
| I.$A_{23}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A_{24}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbaBABabABAbabA |
| I.$A_{25}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$A_{26}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{27}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabA |
| I.$A_{28}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabA |
| I.$A_{29}^{i.c.}$(0.75) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$A_{30}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABAbaBABabaBABabaBAbabaBABabABAbabaBAbabABAbabABAbaBABAbabA |
| I.$A_{31}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A_{32}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabA |
| I.$A_{33}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABababABAbaBA |
| I.$A_{34}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabA |
| I.$A_{35}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.$A_{36}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{37}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabA |
| I.$A_{38}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A_{39}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{40}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabABabaBAbabA |
| I.$A_{41}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabA |
| I.$A_{42}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabA |
| I.$A_{43}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| I.$A_{44}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A_{45}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabA |
| I.$A_{46}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBAbabA |
| I.$A_{47}^{i.c.}$(0.75) | BababABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabABABabABABabaBAbabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABababA |
| I.$A_{48}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{49}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$A_{50}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |

Table S LII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A^{i.c.}_{51}$ (0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{52}$ (0.75) | BabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabA |
| I.$A^{i.c.}_{53}$ (0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabaBAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{54}$ (0.75) | BAbaBABabaBAbabaBababABabaBABabABABaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbABABabABAbabABababAbabaBAbabABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{55}$ (0.75) | BabaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{56}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{57}$ (0.75) | BabaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{58}$ (0.75) | BabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{59}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{60}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{61}$ (0.75) | BabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBABabABabaBABabA |
| I.$A^{i.c.}_{62}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{63}$ (0.75) | BabaBABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{64}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{65}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{66}$ (0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{67}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{68}$ (0.75) | BAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabABababABabaBABAbABABabaBAbabaBAbabABABaBABAbabABababABabaBABabABABabABAbabaBababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{69}$ (0.75) | BababABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABABabABABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABababA |
| I.$A^{i.c.}_{70}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{71}$ (0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{72}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{73}$ (0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{74}$ (0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{75}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |

Table S LIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A^{i.c.}_{76}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{77}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{78}$ (0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{79}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{80}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{81}$ (0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{82}$ (0.75) | BAbabABababABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABABabABAbabaBABabABABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{83}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{84}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABabaBAbabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabABAbaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabABAbaBABabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabaBAbabABabaBABabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{85}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{86}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{87}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbABABababAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBababABABaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{88}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{89}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{90}$ (0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABABaBABAbabABababABabaBABabABABabABAbabaBababABAbaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabABababABabaBABAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{91}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{92}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{93}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A^{i.c.}_{94}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABababABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{95}$ (0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$A^{i.c.}_{96}$ (0.75) | BAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBA |
| I.$A^{i.c.}_{97}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabA |

Table S LIV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{98}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABab<br>aBABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$A_{99}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABababABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabABAbab<br>aBABabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABababABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBAbabaBABabaBABabaBABabaBABa<br>baBA |
| I.$A_{100}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababAbabaBABAbABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabaBA<br>babaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABaBABAbabaBababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABab<br>abABAbaBA |
| I.$A_{101}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabABababABAbaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABababABabaBABAbABABaba<br>BAbabaBAbabABABaBABAbabABababABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbaBABababABabaBABabABABabABAbab<br>aBababABAbaBA |
| I.$A_{102}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABA<br>baBABababAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABabaB<br>ABabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABaBABAbabABababABAbaBA |
| I.$B_{1}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabA |
| I.$B_{2}^{i.c.}$(0.75) | BabAbaBAbaBabA |
| I.$B_{3}^{i.c.}$(0.75) | BAbABAbABABaBABaBA |
| I.$B_{4}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABabA |
| I.$B_{5}^{i.c.}$(0.75) | BabaBabaBAbabAbabA |
| I.$B_{6}^{i.c.}$(0.75) | BabAbAbaBAbaBaBabA |
| I.$B_{7}^{i.c.}$(0.75) | BabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| I.$B_{8}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBAbabABAbabA |
| I.$B_{9}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABaBABabA |
| I.$B_{10}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$B_{11}^{i.c.}$(0.75) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| I.$B_{12}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| I.$B_{13}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{14}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBAbabA |
| I.$B_{15}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBA |
| I.$B_{16}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabAbabABabA |
| I.$B_{17}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.$B_{18}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabaBababABAbaBA |
| I.$B_{19}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{20}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBABabA |
| I.$B_{21}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$B_{22}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabA |
| I.$B_{23}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{24}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBAbabA |
| I.$B_{25}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| I.$B_{26}^{i.c.}$(0.75) | BabaBabaBAbaBAbabABabABabaBabaBAbabAbabABabABabaBAbaBAbabAbabA |
| I.$B_{27}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| I.$B_{28}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBABabA |
| I.$B_{29}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$B_{30}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabaBababABabaBABabABABabABAbabABababAbabaBAbabABAbaBA |

Table S LV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$B_{31}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabA |
| I.$B_{32}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBAbaBAbaBABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABAbaBAbaBAbabABabA |
| I.$B_{33}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabA |
| I.$B_{34}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{35}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabA |
| I.$B_{36}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabA |
| I.$B_{37}^{i.c.}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$B_{38}^{i.c.}$ (0.75) | BababABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABababA |
| I.$B_{39}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabA |
| I.$B_{40}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$B_{41}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABaBABAbabABababABAbaBA |
| I.$B_{42}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBABabA |
| I.$B_{43}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABABabaBAbabABABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABAbabA |
| I.$B_{44}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| I.$B_{45}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{46}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbaBABabABAbaBAbabABabABAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBABabABabaBAbaBABabABAbaBAbabA |
| I.$B_{47}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabABAbabABababAbabaBAbabABAbaBABabABABabABAbaBABabaBAbabaBababABabaBABabABAbaBA |
| I.$B_{48}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabA |
| I.$B_{49}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbaBABabABAbABAbABAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBABaBABaBABabABAbaBAbaBABabA |
| I.$B_{50}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$B_{51}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.$B_{52}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabA |
| I.$B_{53}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{54}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabA |
| I.$B_{55}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabA |
| I.$B_{56}^{i.c.}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.$B_{57}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbabA |
| I.$B_{58}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabA |
| I.$B_{59}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.$B_{60}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABABaBABAbabABababABabaBABabABABabABAbabABababABabaBABAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| I.$B_{61}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbabABabaBAbabABabaBAbabA |
| I.$B_{62}^{i.c.}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBA |
| I.$B_{63}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABabaBAbabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabaBAbabABabaBABabABAbabA |
| I.$B_{64}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBabaBAbaBAbabABabABabaBabaBAbaBAbabABabABabaBabaBAbabAbabABabABabaBAbaBAbabAbabABabABabaBAbaBAbabAbabA |
| I.$B_{65}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabABAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBABabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBAbabA |
| I.$B_{66}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBABabABAbabA |
| I.$B_{67}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.$B_{68}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbabABAbabABAbabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabaBABabaBABabaBABAbabABababABA<br>baBA |
| I.$B_{69}^{i.c.}$ (0.75) | BababABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabABAbabaBAbabaBABabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABa<br>babA |
| I.$B_{70}^{i.c.}$ (0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABa<br>baBA |

Table S LVI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.B$_{71}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAb aBABaBABabA |
| I.B$_{72}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabAB AbabABAbabA |
| I.B$_{73}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBababABAbaBABAb abABababABAbaBA |
| I.B$_{74}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAb abABAbabABAbabA |
| I.B$_{75}^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBABabaBAbabAB abaBAbabABabaBAbabA |
| I.B$_{76}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAb ABAbaBAbaBABaBABabA |
| I.B$_{77}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABab aBABabABAbabABAbabA |
| I.B$_{78}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaB ABabaBABabaBABabaBA |
| I.B$_{79}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbabABab aBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.B$_{80}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaB ABabABAbabABAbabABAbabA |
| I.B$_{81}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAb abaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.B$_{82}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAb abABAbabABAbabABababABAbaBA |
| I.B$_{83}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabABabaBABabaB AbabABAbaBABabaBABabABAbabA |
| I.B$_{84}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABababABAbaBABAbabABababABABaBABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABAbAB ABababABabaBABAbaBABababABabaBA |
| I.B$_{85}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAb abABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.B$_{86}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAb abABabaBABabABAbabABabaBABabABAbabA |
| I.B$_{87}^{i.c.}$(0.75) | BababABAbabABAbabaBAbabABABabaBABabaBABabaBABAbabABababABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBABAbabABAb abABAbabABABabaBAbabaBABabaBABababA |
| I.B$_{88}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbabABAbaB ABabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbabA |
| I.B$_{89}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAb abABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.B$_{90}^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaB ABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.B$_{91}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAb abABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.B$_{92}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABABabABAbabABAbabABAbabABAbaB ABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBA |
| I.B$_{93}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbaB ABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.B$_{94}^{i.c.}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAb abABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.B$_{95}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabABAb abaBAbabABAbabABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |

Table S LVII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.B$^{i.c.}_{96}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAb aBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabA |
| I.B$^{i.c.}_{97}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABabaBAB abaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{98}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabABab aBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{99}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABABaBABAbaBABababAbabaBABabABABaBABAbabABababABabaBABabABABabABAbabABababABabaBAB AbABABabABAbabaBababABAbaBABAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| I.B$^{i.c.}_{100}$(0.75) | BababABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabABAbabaBAbabaBABabABABabaBABaba BABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABababA |
| I.B$^{i.c.}_{101}$(0.75) | BabABAbaBABaBABabABabABAbABAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABAbaBAbaBABabABAbABAbaBAba BABaBABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBABaBABabABabABAbABAbaBABabA |
| I.B$^{i.c.}_{102}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABa baBABababABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.B$^{i.c.}_{103}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABA babABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABababABAbaBA |
| I.B$^{i.c.}_{104}$(0.75) | BabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabABabaBABa baBABabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{105}$(0.75) | BAbabABAbabABABabABABabaBABabaBABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABABabaBABabaBABAbaBA BAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABAbabABAbabABABabABABabaBABabaBA |
| I.B$^{i.c.}_{106}$(0.75) | BAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabaBababABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabaBAbabaBABabA BABabaBAbabaBABabABABababAbabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBA |
| I.B$^{i.c.}_{107}$(0.75) | BAbabABababABAbabABAbabaBAbabaBABabABABabaBABabaBABAbaBABababABababABAbabABAbabaBAbabABABabaBAbabaBABa baBABababABababABAbaBABAbabABAbabABABabABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBA |
| I.B$^{i.c.}_{108}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABaBABAbabABababABabaBABAbaBABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAba bABAbaBABAbabABababABabaBABAbABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABababABAbaBA |
| I.B$^{i.c.}_{109}$(0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABA baBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{110}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABa bABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{111}$(0.75) | BabaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabABAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBA BabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{112}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABaba BABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| I.B$^{i.c.}_{113}$(0.75) | BAbaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabABababABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABABabABAba bABAbabABAbabABAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBA |
| I.B$^{i.c.}_{114}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabABA babaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| I.B$^{i.c.}_{115}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAba bABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{116}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABA BabABAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABababABAbaBA |
| I.B$^{i.c.}_{117}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA babABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| I.B$^{i.c.}_{118}$(0.75) | BAbabABababABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBABAbabABAbabABAbabABABabaBAbabaBABabaBABababABababABA babABAbabaBAbabABABabaBAbabaBABabaBABababABababABAbabABAbabaBAbabABABabaBABabaBABabaBABAbabABababABA babABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBA |
| I.B$^{i.c.}_{119}$(0.75) | BAbabABababABAbabABAbabaBAbabABABabABABababABAbaBABAbabABababABAbabABAbabaBAbabABABabABAbabaBABAbaBABA babABababABAbabABAbabaBAbabABABabaBAbabaBABabaBABababABabaBABAbaBABAbabaBABabABABabaBAbabaBABabaB ABababABabaBABAbaBABababABABabABABabaBAbabaBABabaBABababABabaBA |

Table S LVIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$C_1^{i.c.}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABAbabABAbabABA babABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| II.$A_1^{i.c.}$(0.75) | BabABaBAbaBabABabABabAbaBAbABabA |
| II.$A_2^{i.c.}$(0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabAB abaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| II.$B_1^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabABaBAbABabAbaBAbA |
| II.$B_2^{i.c.}$(0.75) | BabABabAbaBAbaBAbaBAbaBabABabA |
| II.$B_3^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBAbABabABaBAbABabABaBAbaBAbA |
| II.$B_4^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabAbaBabABaBAbABabAbaBabAbaBAbA |
| II.$B_5^{i.c.}$(0.75) | BabABAbABAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBABaBABabA |
| II.$B_6^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$B_7^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAb aBABabA |
| II.$B_8^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABAbABABaBABaBABAbABAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBABaBABAbABAbAB ABaBABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C_1^{i.c.}$(0.75) | BaBaBAbaBAbAbA |
| II.$C_2^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBAbaBAbA |
| II.$C_3^{i.c.}$(0.75) | BabAbaBAbaBAbaBabA |
| II.$C_4^{i.c.}$(0.75) | BaBaBAbAbaBaBAbAbA |
| II.$C_5^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabABabAbaBAbA |
| II.$C_6^{i.c.}$(0.75) | BAbABabABabABabABaBA |
| II.$C_7^{i.c.}$(0.75) | BaBABaBABabABAbABAbA |
| II.$C_8^{i.c.}$(0.75) | BAbABAbABabABaBABaBA |
| II.$C_9^{i.c.}$(0.75) | BAbABABabaBAbabABABaBA |
| II.$C_{10}^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabAbaBabAbaBAbA |
| II.$C_{11}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbABAbaBABaBABabA |
| II.$C_{12}^{i.c.}$(0.75) | BabAbABabAbaBabABaBabA |
| II.$C_{13}^{i.c.}$(0.75) | BaBaBAbAbAbaBaBaBAbAbA |
| II.$C_{14}^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBAbABabABaBAbaBAbA |
| II.$C_{15}^{i.c.}$(0.75) | BabABaBABabABabABabABAbABabA |
| II.$C_{16}^{i.c.}$(0.75) | BaBAbABaBAbaBabAbaBAbABaBAbA |
| II.$C_{17}^{i.c.}$(0.75) | BAbAbABababABAbaBABababABaBaBA |
| II.$C_{18}^{i.c.}$(0.75) | BabABabaBabaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C_{19}^{i.c.}$(0.75) | BaBAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBAbA |
| II.$C_{20}^{i.c.}$(0.75) | BAbABAbABABaBABabABAbABABaBABaBA |
| II.$C_{21}^{i.c.}$(0.75) | BAbABABabaBAbabABabaBAbabABABaBA |
| II.$C_{22}^{i.c.}$(0.75) | BabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabA |
| II.$C_{23}^{i.c.}$(0.75) | BabAbaBAbaBabABaBAbABabAbaBAbaBabA |
| II.$C_{24}^{i.c.}$(0.75) | BabABAbaBABaBABabABabABAbABAbaBABabA |
| II.$C_{25}^{i.c.}$(0.75) | BAbABAbABAbaBABaBABAbABAbaBABaBABaBA |
| II.$C_{26}^{i.c.}$(0.75) | BabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabA |
| II.$C_{27}^{i.c.}$(0.75) | BabABabABabaBabaBAbaBAbabAbabABabABabA |
| II.$C_{28}^{i.c.}$(0.75) | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| II.$C_{29}^{i.c.}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabABababABabaBAbabABAbaBA |
| II.$C_{30}^{i.c.}$(0.75) | BabAbaBAbABabAbaBabABabAbaBabABaBAbaBabA |

Table S LIX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{31}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C_{32}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABAbaBABababAbabaBababABAbaBABAbabA |
| II.$C_{33}^{i.c.}$ (0.75) | BabAbaBAbABabAbaBAbABaBAbaBabABaBAbaBabA |
| II.$C_{34}^{i.c.}$ (0.75) | BabAbaBAbABaBAbABaBabAbABaBAbABaBAbaBabA |
| II.$C_{35}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBAbA |
| II.$C_{36}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C_{37}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBAbaBAbabAbabABabaBabaBAbaBAbabABabA |
| II.$C_{38}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBabAbaBAbaBabABaBAbABabAbaBAbaBabAbaBAbA |
| II.$C_{39}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| II.$C_{40}^{i.c.}$ (0.75) | BAbABAbABAbaBABabABAbaBAbaBABabABAbaBABaBABaBA |
| II.$C_{41}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbaBAbabABabA |
| II.$C_{42}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabABAbabABababAbabaBababABabaBABabABAbaBA |
| II.$C_{43}^{i.c.}$ (0.75) | BabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabA |
| II.$C_{44}^{i.c.}$ (0.75) | BAbabABababABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBA |
| II.$C_{45}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBAbaBAbaBAbabAbabABabaBabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C_{46}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBabaBAbaBAbabABabABabABabaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C_{47}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbABAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBABaBABabA |
| II.$C_{48}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBabAbaBAbABaBAbABabAbaBabABaBAbABaBAbaBabAbaBAbA |
| II.$C_{49}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBAbABabABaBAbABabAbaBAbaBabABaBAbABabABaBAbaBAbA |
| II.$C_{50}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABABaBABAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| II.$C_{51}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabA |
| II.$C_{52}^{i.c.}$ (0.75) | BAbABAbABAbaBABabABAbaBABabABabABAbaBABabABAbaBABaBABaBA |
| II.$C_{53}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabABabaBAbabABababAbabaBababABabaBAbabABabABAbaBA |
| II.$C_{54}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBAbabA |
| II.$C_{55}^{i.c.}$ (0.75) | BAbABABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABABaBA |
| II.$C_{56}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabABAbaBABabaBAbabaBababAbabaBAbabABAbaBABabABAbaBA |
| II.$C_{57}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C_{58}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBAbABabAbaBAbABaBAbaBabABabAbaBAbABaBAbaBabABaBAbaBAbA |
| II.$C_{59}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbabAbabABabaBabaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C_{60}^{i.c.}$ (0.75) | BAbABABabaBAbabABababABabaBABabABAbabABababABabaBAbabABABaBA |
| II.$C_{61}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabABabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBAbA |
| II.$C_{62}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabA |
| II.$C_{63}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBAbaBAbabAbabABabaBabaBAbabAbabABabaBabaBAbaBAbabABabA |
| II.$C_{64}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABababABabaBABAbABABabaBAbabaBAbabABABaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C_{65}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBAbaBAbabABabABabA |
| II.$C_{66}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C_{67}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C_{68}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbabA |
| II.$C_{69}^{i.c.}$ (0.75) | BabAbaBAbABaBAbaBabAbaBAbaBabABaBAbABabAbaBAbaBabAbaBAbABaBAbaBabA |
| II.$C_{70}^{i.c.}$ (0.75) | BAbABABabaBAbabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabaBAbabABABaBA |
| II.$C_{71}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbABAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBABaBABabA |
| II.$C_{72}^{i.c.}$ (0.75) | BababABAbaBABAbabaBAbabABABabABAbabaBABabABABabaBAbabaBABAbaBABababA |
| II.$C_{73}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBabABabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabABabAbaBAbA |
| II.$C_{74}^{i.c.}$ (0.75) | BaBAbaBabABabAbaBabABaBAbaBabABabAbaBabABabAbaBAbABabAbaBabABabAbaBAbA |
| II.$C_{75}^{i.c.}$ (0.75) | BabABabaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbabAbabABabABabaBabaBAbaBAbabABabA |
| II.$C_{76}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBAbaBABabA |
| II.$C_{77}^{i.c.}$ (0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBABaBABAbABAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C_{78}^{i.c.}$ (0.75) | BabaBabaBAbabAbabABabABabaBAbaBAbabABabaBAbaBAbabABabABabaBabaBAbabAbabA |
| II.$C_{79}^{i.c.}$ (0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBababAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| II.$C_{80}^{i.c.}$ (0.75) | BabAbaBAbABabABaBAbABabAbaBAbABabABaBAbABabABaBAbaBabABaBAbABabABaBAbaBabA |

Table S LX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{81}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{82}$(0.75) | BabABAbABAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{83}$(0.75) | BabAbaBabABaBAbaBabABaBAbABabABaBAbaBabAbaBAbABabABaBAbABabAbaBAbABabAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{84}$(0.75) | BAbABABabaBAbabABababABabaBABabABAbaBABAbaBABabABAbabABababABabaBAbabABABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{85}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabABababABabaBABabABAbaBABAbaBABabABAbabABababABabaBAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{86}$(0.75) | BababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{87}$(0.75) | BabABabaBabaBAbaBAbabAbabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabaBabaBAbaBAbabAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{88}$(0.75) | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabABabaBabaBAbabAbabABabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{89}$(0.75) | BAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBAbabaBAbabABABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{90}$(0.75) | BabABAbABAbaBABabABabABAbaBAbabABabABAbaBAbaBABabABabaBAbaBABabABabABAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{91}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{92}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{93}$(0.75) | BabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{94}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{95}$(0.75) | BAbABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{96}$(0.75) | BAbaBABabABAbabABabaBABabaBAbabABabaBABAbABABaBABAbabABabaBAbabABAbabABabaBABabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{97}$(0.75) | BAbABAbABAbaBABabABabaBAbaBABabABabaBAbaBABabABAbaBAbabABabABAbaBAbabABabABAbaBABaBABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{98}$(0.75) | BAbaBABabaBABabaBABabaBABabABABabaBAbabaBABabABAbabaBAbabABABabABAbabABAbabABAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{99}$(0.75) | BaBAbaBabABabAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBabABabAbaBAbA |
| II.$C^{i.c.}_{100}$(0.75) | BabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{101}$(0.75) | BaBAbaBabABabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabABabAbaBAbA |
| II.$C^{i.c.}_{102}$(0.75) | BAbABABababAbabaBABabABABabaBAbabABAbabABAbaBABAbaBABabaBABabaBAbabABABabABAbabaBababABABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{103}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{104}$(0.75) | BabABabABAbaBAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{105}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabABAbabABabaBABabABABabABAbabaBababAbabaBABabABABabABAbabABabaBABabaBAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{106}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababABababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{107}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBAbabABAbabABAbabABababABabaBABabaBABabaBAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{108}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{109}$(0.75) | BabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{110}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{111}$(0.75) | BAbABABabaBAbabaBABabABABabABAbabABababABabaBABabABABabABAbabABababABabaBABabABABabABAbabaBAbabABABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{112}$(0.75) | BabABAbaBAbaBAbaBABabABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABabABAbaBAbaBAbaBAB abA |
| II.$C^{i.c.}_{113}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABabaB AbabA |
| II.$C^{i.c.}_{114}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBAB abaBA |
| II.$C^{i.c.}_{115}$(0.75) | BabABAbABAbaBABabABabABAbaBABaBABabABAbABAbaBABaBABabABabABAbABAbaBABaBABabABAbABAbaBABabABabABAbaBAB aBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{116}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaB AbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{117}$(0.75) | BabABAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAb ABAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{118}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbab ABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{119}$(0.75) | BabABabaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbabAbabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabaBabaBAbabAbabABabABabaBabaB AbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{120}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbAB AbaBAbaBABabA |

Table S LXI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{121}(0.75)$ | BabABabaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbaBAbabABabABabaBAbaBAbabAbabABabABabaBabaBAbaBAbabABabA |
| II.$C^{i.c.}_{122}(0.75)$ | BAbaBABabaBAbabaBababABabaBABabABAbaBABAbaBABabaBAbabABababABabaBAbabABAbaBABAbaBABabABAbabABababAbabaBAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{123}(0.75)$ | BabaBABAbaBABabaBABabaBABabaBABabABABabABAbabABAbabABAbaBABAbaBABabaBABabaBABabABABabABAbabABAbabABAbabABAbaBABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{124}(0.75)$ | BababABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabABAbabaBABabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABAbaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{125}(0.75)$ | BabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{126}(0.75)$ | BabAbaBAbABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBabABabAbaBAbABaBAbaBabABabAbaBabABaBAbaBAbABabAbaBabABaBAbaBAbABaBAbaBabA |
| II.$C^{i.c.}_{127}(0.75)$ | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{128}(0.75)$ | BababABAbaBABAbabABABabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABABabaBABAbaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{129}(0.75)$ | BAbaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{130}(0.75)$ | BAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabABabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{131}(0.75)$ | BabABAbABAbaBABaBABabABAbaBAbaBABabABAbABAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBABaBABabABAbaBAbaBABabABAbABAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{132}(0.75)$ | BabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{133}(0.75)$ | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{134}(0.75)$ | BAbabABababABABabABAbabaBAbabaBABabaBABababABAbaBABAbabABAbabABABabABABabaBABabaBABAbaBABababABAbabABAbabaBAbabaBABabABABababABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{135}(0.75)$ | BababABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{136}(0.75)$ | BabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAbABAbaBAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{137}(0.75)$ | BabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBAbabABabaBAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{138}(0.75)$ | BabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{139}(0.75)$ | BAbabABababABAbabABAbabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabaBABabaBABababABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{140}(0.75)$ | BAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBA |

Table S LXII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{141}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABabaBAB abaBAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{142}$(0.75) | BabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBAB abABAbaBABabaBAbabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{143}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbab ABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{144}$(0.75) | BababABAbaBABAbabABababABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaB AbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABababABabaBABAbaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{145}$(0.75) | BAbabABababABAbaBABAbabABababABABaBABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBABabABABabaBAbabaB ABabABABabaBAbabaBABAbABABababABabaBABAbaBABababABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{146}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbaBABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABababABabaBABabaBABabAB AbabABAbabABAbaBABAbaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{147}$(0.75) | BabaBABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABAb abABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{148}$(0.75) | BabABAbaBAbaBABabABabABAbABAbaBABabABAbABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAbaBAbaBABabABabABAb aBAbaBABabABabABAbaBAbaBABaBABabABAbaBABaBABabABabABAbaBAbaBABabA |
| II.$C^{i.c.}_{149}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABab aBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{150}$(0.75) | BababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBAB ababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{151}$(0.75) | BabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabABAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABAbaBABabaBABab aBABabaBABabaBABabaBAbabaBABabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{152}$(0.75) | BAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbABABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbaBABabaBAb abaBAbabABABaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABABaBA |
| II.$C^{i.c.}_{153}$(0.75) | BababABAbabABAbabaBAbabABABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABABabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAb abABAbabaBABabABABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABABabaBAbabaBABabaBABababA |
| II.$C^{i.c.}_{154}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABABabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABababABababABAbab ABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabABABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{155}$(0.75) | BabaBAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbaBABabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabABAbaB ABabABAbaBABabABAbaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBAbabA |

Table S LXIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
| --- | --- |
| II.$C^{i.c.}_{156}$(0.75) | BabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABAbaBABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabABabaBABabaBABabABAbabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{157}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABaBABAbabABababABabaBABAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabaBababABAbaBABAbabABababABabaBABAbABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{158}$(0.75) | BabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBABabABAbaBABabaBAbabABabaBABabABAbabABabaBAbabABAbaBABabABAbabA |
| II.$C^{i.c.}_{159}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabABABabaBABabaBABabaBABAbabABababABAbabABAbabABAbabABABabABABabaBABabaBABabaBABababABabaBABAbabABAbabABAbabABABabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{160}$(0.75) | BAbaBABabaBABabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabABAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{161}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{162}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{163}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABABabABABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABababABAbabABAbabABAbabABABabaBABabaBABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{164}$(0.75) | BAbaBABababAbabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabABababABAbaBABAbaBABababAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBababABAbaBABAbaBABababABabaBABabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{165}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbABABababAbabaBABabABABabABAbabaBababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabaBababABAbaBABAbabABababABabaBABAbaBABababAbabaBABabABABabABAbabaBababABABaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{166}$(0.75) | BAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABAbaBABAbabABAbabABAbabABAbabaBAbabaBABabaBABabaBABabaBABAbabABAbabABAbabABAbabABAbabaBABabaBABabaBABabaBABabaBA |
| II.$C^{i.c.}_{167}$(0.75) | BAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBABAbaBABababAbabaBAbabABABaBABAbabABababAbabaBABabABABabABAbabABababAbabaBABabABABabABAbabABababABabaBABabABABabABAbabaBababABabaBABabABABabABAbabaBababABabaBABAbABABabaBAbabaBababABAbaBABAbaBABabaBAbabaBAbabABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{168}$(0.75) | BAbaBABababABabaBABAbaBABababABabaBABAbaBABababAbabaBABAbABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABAbabABABabaBAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABaBABAbabaBababABAbaBABAbabABababABAbaBABAbabABababABAbaBA |
| II.$C^{i.c.}_{169}$(0.75) | BAbabABababABAbaBABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabaBABababABababABAbaBABAbabABababABABabABAbabaBAbabABABabABAbabaBAbabABABababABabaBABAbaBABAbabABababABABabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABabABABababABabaBABAbaBABababABababABAbabaBAbabaBABabABABabaBAbabaBABAbaBABababABabaBA |

Table S LXIV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{1}^{i.c.}(2)$ | BAbabaBA |
| I.$A_{2}^{i.c.}(2)$ | BABababABA |
| I.$A_{3}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABabababABABAbababABA |
| I.$A_{4}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababABABABAbabababABA |
| I.$A_{5}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbabababaBABABABababababaBABA |
| I.$A_{6}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababaBA |
| I.$A_{7}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABababaBABABabababABABAbababABABAbababABA |
| I.$A_{8}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababABA |
| I.$A_{9}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABAbababABABABabababABABABababaBABABabababABA |
| I.$A_{10}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABA |
| I.$A_{11}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$A_{12}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABababababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.$A_{13}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{14}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABababaBABABAbababABA |
| I.$A_{15}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABabababABA |
| I.$A_{16}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$A_{17}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABabababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABA |
| I.$A_{18}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbabababABABABababaBABA |
| I.$A_{19}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{20}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$A_{21}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABA |
| I.$A_{22}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABA |
| I.$A_{23}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.$A_{24}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABABABababaBABA |
| I.$A_{25}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABA |
| I.$A_{26}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababaBABABABababaBABABABabababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{27}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABA |
| I.$A_{28}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababABA |
| I.$A_{29}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$A_{30}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABAbababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababaBABABabababABA |

Table S LXV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{31}^{i.c.}$(2) | BABababaBABABABababaBABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABABababABABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABAbababABABABAbababABA |
| I.$A_{32}^{i.c.}$(2) | BABAbababaBABABABababaBABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABAbababaBABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABAbababABABABAbababaBABA |
| I.$A_{33}^{i.c.}$(2) | BABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABA |
| I.$A_{34}^{i.c.}$(2) | BABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABABabababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{35}^{i.c.}$(2) | BABAbababABABABAbababABABABABababaBABABABabababABABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABABabababABABABAbababABABABABababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{36}^{i.c.}$(2) | BABababABABABAbababaBABABAbababABABABababABABABAbababaBABABAbababABABABababABABABababaBABABAbababaBABABABababABABABababaBABABAbababaBABABABababABA |
| I.$A_{37}^{i.c.}$(2) | BABababaBABABAbababABABABababaBABABAbababaBABABABababABABABAbababaBABABABababABABABAbababaBABABABababABABABAbababaBABABAbababABABABababaBABABAbababABA |
| I.$A_{38}^{i.c.}$(2) | BABababABABABABababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABababABABABababABABABababABABABabababABABABababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABababABABABababABA |
| I.$A_{39}^{i.c.}$(2) | BABababABABABABababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABababABABABababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABababABABABababABA |
| I.$A_{40}^{i.c.}$(2) | BABAbababaBABABABababaBABABABababABABABAbababABABABababaBABABABababaBABABAbababaBABABAbababa bABABABAbababABABABababaBABABABababABABABAbababABABABAbababaBABA |
| I.$A_{41}^{i.c.}$(2) | BABababaBABABABababaBABABAbababABABABAbababABABABAbababaBABABABababaBABABABababABABABAbababa bABABABAbababaBABABABababaBABABABababaBABABAbababABABABAbababABA |
| I.$A_{42}^{i.c.}$(2) | BABAbababABABABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababABABABAbababaBABABABaba babABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABababaBABA |
| I.$A_{43}^{i.c.}$(2) | BABababABABABABababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABababABABABababABABABaba babABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABababABABABababABA |
| I.$A_{44}^{i.c.}$(2) | BABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababaBABABABa bababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{45}^{i.c.}$(2) | BABAbababABABABAbababaBABABABAbababABABABAbababABABABAbababaBABABAbababABABABAbababaBABABABa bababaBABABAbabababaBABABABababaBABABABababaBABABABAbababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{46}^{i.c.}$(2) | BABababABABABABababaBABABAbababaBABABABababABABABababaBABABAbababaBABABABababABABABababABABABa bababABABABAbababaBABABAbababABABABababABABABAbababaBABABAbababABABABababABA |
| I.$A_{47}^{i.c.}$(2) | BABAbababABABABAbababABABABABababaBABABABababaBABABABabababABABABAbababABABABAbababaBABABA BababaBABABABabababABABABAbababABABABAbababABABABABababaBABABABababaBABA |
| I.$A_{48}^{i.c.}$(2) | BABababABABABAbababaBABABAbababaBABABABababABABABababaBABABAbababaBABABABababABABABababABABABa bababaBABABAbababaBABABAbababABABABababABABABAbababaBABABAbababaBABABABababABA |
| I.$A_{49}^{i.c.}$(2) | BABababaBABABAbababABABABababaBABABAbababABABABAbababaBABABABababABABABAbababaBABABABababABA BABAbababaBABABABababABABABAbababaBABABABababaBABABAbababABABABababaBABABAbababABA |
| I.$A_{50}^{i.c.}$(2) | BABababABABABABababABABABababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABababABABABababABABABababA BABABababABABABababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABababABABABababABABABababABA |

Table S LXVI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
| --- | --- |
| $I.A^{i.c.}_{51}(2)$ | BABababABABABababab ABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababab ABABABababab ABABABaba |
| | babABABABababab ABABABabababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABababab ABABABababab ABA |
| $I.A^{i.c.}_{52}(2)$ | BABAbababab ABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbaba |
| | babaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABabababaBABA |
| $I.A^{i.c.}_{53}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABaba |
| | babABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABA |
| $I.A^{i.c.}_{54}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAba |
| | bababaBABABABabababaBABABABababab ABABABABabababaBABABABabababaBABABABababab ABABABabababaBABABABabababa |
| | BABA |
| $I.A^{i.c.}_{55}(2)$ | BABababab ABABABAbababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABAbababab ABABA |
| | Bababab ABABABabababaBABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababaBABABABa |
| | bababABA |
| $I.A^{i.c.}_{56}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababaBABABABabababaBABABABababa |
| | baBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABA |
| | bababab ABABABAbababab ABA |
| $I.A^{i.c.}_{57}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABaba |
| | babaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABA |
| | BABAbababab ABABABAbababab ABA |
| $I.A^{i.c.}_{58}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABA |
| | bababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABABaba |
| | babaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| $I.A^{i.c.}_{59}(2)$ | BABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABABA |
| | BAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABAbababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABababab ABABABA |
| | bababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABA |
| $I.A^{i.c.}_{60}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABabababa |
| | BABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABaba |
| | babaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABA |
| $I.A^{i.c.}_{61}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABABa |
| | bababaBABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABABABabababa |
| | BABABABabababaBABABABababab ABABABAbababaBABABABabababaBABA |
| $I.A^{i.c.}_{62}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABA |
| | bababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbaba |
| | babABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| $I.B^{i.c.}_{1}(2)$ | BAbABABaBA |
| $I.B^{i.c.}_{2}(2)$ | BAbbABABaaBA |
| $I.B^{i.c.}_{3}(2)$ | BaaBBaaBAbbAAbbA |
| $I.B^{i.c.}_{4}(2)$ | BAbabab ABABababaBA |
| $I.B^{i.c.}_{5}(2)$ | BABababaBABABAbababABA |
| $I.B^{i.c.}_{6}(2)$ | BABabababaBABABAbababab ABA |
| $I.B^{i.c.}_{7}(2)$ | BAbabab ABABAbabab ABABababaBABABababaBA |
| $I.B^{i.c.}_{8}(2)$ | BABababaBABABababaBABABAbabab ABABAbababABA |
| $I.B^{i.c.}_{9}(2)$ | BABababab ABABAbababaBABABAbababaBABABabababABA |
| $I.B^{i.c.}_{10}(2)$ | BABababab ABABABAbababaBABABAbababaBABABABababab ABA |

Table S LXVII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$B_{11}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.$B_{12}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbabababABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.$B_{13}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$B_{14}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABababaBABABababaBABABAbababABABAbababABABAbababABA |
| I.$B_{15}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABA |
| I.$B_{16}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbabababABABABabababABA |
| I.$B_{17}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$B_{18}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.$B_{19}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.$B_{20}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABA |
| I.$B_{21}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABAbababABA |
| I.$B_{22}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababABA |
| I.$B_{23}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$B_{24}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABA |
| I.$B_{25}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.$B_{26}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABabababaBABA |
| I.$B_{27}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABababaBABABAbababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababABA |
| I.$B_{28}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABAbababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababaBABABabababABA |
| I.$B_{29}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABabababABA |
| I.$B_{30}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABabababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABabababABA |
| I.$B_{31}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababABA |
| I.$B_{32}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.$B_{33}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABababaBABABababaBABABababaBABABabaaBABABababaBABABababaBABABababaBA |
| I.$B_{34}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABabababaBABA |
| I.$B_{35}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABABabababABA |
| I.$B_{36}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.$B_{37}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababABABABabababABA |
| I.$B_{38}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbabababABABABABabababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbabababaBABABABabababaBABA |
| I.$B_{39}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABA |
| I.$B_{40}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABA |

Table S LXVIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.B$^{i.c.}_{41}$(2) | BABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABAbababABABAbababABABA<br>bababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABA |
| I.B$^{i.c.}_{42}$(2) | BABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABabababABA<br>BABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{43}$(2) | BABAbababab ABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABABabababaBABABAbaba<br>babABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABabababaBABA |
| I.B$^{i.c.}_{44}$(2) | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbaba<br>babABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{45}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABABabababaBABABABa<br>bababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.B$^{i.c.}_{46}$(2) | BABababaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababABABABa<br>bababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababABA |
| I.B$^{i.c.}_{47}$(2) | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABABA<br>BabababABABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{48}$(2) | BABababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababABABABababaBABABAbababABABABa<br>babaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababABA |
| I.B$^{i.c.}_{49}$(2) | BABabababABABAbababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABA<br>BabababABABABababaBABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababaBABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{50}$(2) | BABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBA<br>BABAbababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{51}$(2) | BABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababa<br>BABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{52}$(2) | BABabababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababa<br>bABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{53}$(2) | BABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbaba<br>baBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{54}$(2) | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbaba<br>babABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{55}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABABa<br>bababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.B$^{i.c.}_{56}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbabababABABABA<br>BabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.B$^{i.c.}_{57}$(2) | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABaba<br>babaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbaba<br>babABABABAbabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{58}$(2) | BABabababABABABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABA<br>bababaBABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABA<br>BAbabababABABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{59}$(2) | BABabababABABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABABABabababaBABABAbababaBABABABabababABABA<br>BAbababaBABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABABABabababaBABABAbabababABABABabababA<br>BABABAbababaBABABABabababABA |
| I.B$^{i.c.}_{60}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABAbabababABABABA<br>babababABABABABabababaBABABABabababaBABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABA<br>BABabababaBABABABabababaBABA |

Table S LXIX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$B_{61}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABAbabababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababaBABA |
| I.$B_{62}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABababababABABABABababababABABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABA |
| I.$B_{63}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| I.$B_{64}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABabababaBABABAbababABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababABABABAbabababABABABabababaBABABABababABABABABababABABABAbababABABABabababaBABABABababABABABAbabababABABABAbababABABABAbababaBABABABabababaBABABAbababABABABAbababaBABA |
| I.$B_{65}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| $I.C_{1}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABabababaBABABAbababABABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABA |
| $I.C_{2}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$A_{1}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbabaBABABababaBA |
| II.$A_{2}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABA |
| II.$A_{3}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABababab ABABAbababaBABABababab ABABABababaBABABAbababABA |
| II.$A_{4}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababABABABababaBABABAbababABABAbababaBABABababab ABABAbababaBABABababab ABABAbababaBABABababab ABABAbababaBABABababaBABABAbababABABABababaBABABAbababABA |
| II.$B_{1}^{i.c.}(2)$ | BabAAbaBAbaBBabA |
| II.$B_{2}^{i.c.}(2)$ | BAbaBAbbABabABABabABaaBAbaBA |
| II.$B_{3}^{i.c.}(2)$ | BAbabaBABABababABABababABABAbabaBA |
| II.$B_{4}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbabaBABABababaBABABababABABAbababABABababaBABABababABABAbababABABAbabaBABABababaBA |
| II.$B_{5}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababABABAbababaBABABabababABABAbababABABABababaBABABAbababABABABababaBABABabababABABAbabababaBABABababaBABABAbababABA |
| II.$B_{6}^{i.c.}(2)$ | BABabababABABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABabababABABABabababABA |
| II.$B_{7}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababaBABABABAbababABABABAbababABABABABababABABABAbababABABABABabababaBABABABababABABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababaBABABABabababaBABA |
| II.$C_{1}^{i.c.}(2)$ | BAbbabaaBA |
| II.$C_{2}^{i.c.}(2)$ | BAbbABaaBA |
| II.$C_{3}^{i.c.}(2)$ | BAbbbabaaaBA |
| II.$C_{4}^{i.c.}(2)$ | BAbbbABaaaBA |
| II.$C_{5}^{i.c.}(2)$ | BabAAbaBBabA |
| II.$C_{6}^{i.c.}(2)$ | BAbbbbabaaaaBA |
| II.$C_{7}^{i.c.}(2)$ | BABabbabaabABA |
| II.$C_{8}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABababABABababaBA |
| II.$C_{9}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABabababaBABA |
| II.$C_{10}^{i.c.}(2)$ | BABababABABAbababaBABABabababABA |

Table S LXX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{11}^{i.c.}(2)$ | BabAAbaBBabABaaBAbaBAbbABabAAbaBBabA |
| II.$C_{12}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABA |
| II.$C_{13}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababABABABAbababABA |
| II.$C_{14}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABA |
| II.$C_{15}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABababababaBABABAbababABABABAbababaBABA |
| II.$C_{16}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbabababABABABababaBABABABababaBABA |
| II.$C_{17}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABA |
| II.$C_{18}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbabaBABABababaBABABababABABAbababABABAbabaBABABababaBA |
| II.$C_{19}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABA |
| II.$C_{20}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababABA |
| II.$C_{21}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABababababaBABA |
| II.$C_{22}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABA |
| II.$C_{23}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababABA |
| II.$C_{24}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABabababaBABABAbabababABABABabababaBABABAbabababABABABAbababaBABA |
| II.$C_{25}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababABABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABA |
| II.$C_{26}^{i.c.}(2)$ | BAbababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababABABAbababABABAbabaBABABababaBABABababaBA |
| II.$C_{27}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABA |
| II.$C_{28}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABA |
| II.$C_{29}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABA |
| II.$C_{30}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABAbabababABA |
| II.$C_{31}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbabababaBABABABababababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbababababaBABABABababababaBABA |
| II.$C_{32}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABABababab ABA |
| II.$C_{33}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbabababABABABababababaBABABABabababABABABABabababABABABAbabababABABABabababaBABABAbababab ABA |
| II.$C_{34}^{i.c.}(2)$ | BABababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababABABABababaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABAB abababABA |
| II.$C_{35}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABAbababaBABABABababababABABABAbabababABABABababababaBABABABabababABABABAbababaBABABABab ababaBABA |
| II.$C_{36}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbababaBABAB ABabababABA |
| II.$C_{37}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABababab ABABABabababABA |
| II.$C_{38}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABababababaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABababaBABABAbabab abABABABAbabababABA |
| II.$C_{39}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABababababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABABABabababABABABAbababaBABAB AbabababABABABabababABA |
| II.$C_{40}^{i.c.}(2)$ | BABAbabababABABABababababaBABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababababABABABAbababaBABABABababababaBABABABAb abababABABABababababaBABA |

Table S LXXI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{41}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABAbababaBABABABababABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABababABABABAbababaBABABABababABA |
| II.$C_{42}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababABABABabababABABABabababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C_{43}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABababABABABababABABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABABababababABABABababABABABababABA |
| II.$C_{44}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababABABABAbababABABABAbababababABABABAbababABABABabababaBABA |
| II.$C_{45}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababABABABababABABABAbababaBABABAbababABABABababABABABabababaBABABAbababaBABABABababABABABabababaBABABAbababABA |
| II.$C_{46}^{i.c.}(2)$ | BABababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABababABABABababABABABababABABABababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABababABA |
| II.$C_{47}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababABABABAbababABABABAbababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababaBABABABababababaBABABABabababABABABAbababABA |
| II.$C_{48}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABababABABAbababaBABABAbabab ABABABababABABAbababaBABABababABABABababaBABABAbababaBABABababABABAbababaBABABAbababABA |
| II.$C_{49}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABABabababaBABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C_{50}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABabababaBABABABababABABABAbababABABABAbababABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababaBABABABababABABABAbababABABABabababaBABA |
| II.$C_{51}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABAbababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababABA |
| II.$C_{52}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABAbababaBABABABababABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABababABABABAbababaBABABABababABA |
| II.$C_{53}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbabababaBABABABababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C_{54}^{i.c.}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABababABABABababABABAbababaBABABababABABAbababaBABABAbababaBABABababABABAbababaBABABababABABABababABABAbababaBABABAbababABA |
| II.$C_{55}^{i.c.}(2)$ | BABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABAbababABABABAbababABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C_{56}^{i.c.}(2)$ | BAbababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABababaBABABAbabaBABABAbabaBABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababABABAbababaBA |
| II.$C_{57}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababABABABABabababaBABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABABABAbababABA |
| II.$C_{58}^{i.c.}(2)$ | BABababABABABababABABABababABABABababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABababABABABababABABABababABABABababABABABababABA |
| II.$C_{59}^{i.c.}(2)$ | BABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababaBABABABababABABABAbababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABA |
| II.$C_{60}^{i.c.}(2)$ | BABAbababaBABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbabababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababABABABabababaBABABAbababABABABAbababaBABA |

Table S LXXII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{61}(2)$ | BABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababAB ABABabababABABABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{62}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababaBABABABababab aBABABABababababABABABAbababab ABABABABababab ABABABABababab ABABAB ABabababaBABABABabababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{63}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABABabababaBABAB ABabababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{64}(2)$ | BABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbababaBABABAbabab aBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{65}(2)$ | BABabababABABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababab ABABABabababaBAB ABAbababab ABABABabababaBABABAbababab ABABABabababABABABAbababaBABABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{66}(2)$ | BABAbababab ABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbab ababABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{67}(2)$ | BABabababABABAbababaBABABAbababaBABABAbababABABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaB ABABAbababABABABabababABABABabababABABABababaBABABAbababaBABABAbababaBABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{68}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABAbabababaBABAB ABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{69}(2)$ | BABababaBABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABabababABABABababaBABABAbababABABABababaBABABAbababaBABAB AbababABABABababaBABABAbababABABABabababABABAbababaBABABabababABABAbababaBABABAbababABA |
| II.$C^{i.c.}_{70}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABababababABAB ABAbabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{71}(2)$ | BABabababABABABAbababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABABababab ABAB ABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababaBABABABababab ABA |
| II.$C^{i.c.}_{72}(2)$ | BABAbababab ABABABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABabab abaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababab ABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{73}(2)$ | BABabababaBABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBAB ABABabababABABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABABababab ABABABAbababaBABABAbababab ABA |
| II.$C^{i.c.}_{74}(2)$ | BABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABABab ababaBABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABA |
| II.$C^{i.c.}_{75}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbabababaBABABABabababaBABABAb abababABABABAbabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{76}(2)$ | BABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbabab aBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABABABAbababaBABABABabababaBABABABababab ABABABAbababab ABA |
| II.$C^{i.c.}_{77}(2)$ | BABAbababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbabab aBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{78}(2)$ | BABAbababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABAbababab ABABAB ABabababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{79}(2)$ | BABabababABABABAbababaBABABABababab ABABABabababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababab ABABABabababaBAB ABAbababab ABABABabababaBABABAbababab ABABABabababaBABABAbababab ABABABababab ABABABAbababaBABABABababab ABA |
| II.$C^{i.c.}_{80}(2)$ | BABAbababab ABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABab ababABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABAbababab ABABABabababaBABA |

Table S LXXIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C^{i.c.}_{81}$(2) | BABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABABABabababABABABabababABABABababababaBABABAbababaBABABAbabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABAbababaBABABAbabababaBABABABabababABABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{82}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABABababababaBABABABabababABABABAbabababABABABABababababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{83}$(2) | BABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbababABABABABababababaBABABABabababABABABABababababABABABABababababABABABAbabababABABABABabababaBABABABababababABABABAbababaBABABABAbabababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{84}$(2) | BABabababaBABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABAbababaABA |
| II.$C^{i.c.}_{85}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababaBABABABabababaBABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{86}$(2) | BABabababaBABABABababababaBABABAbabababABABABAbabababABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABabababaBABABABababababaBABABAbabababABABABAbabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{87}$(2) | BABabababABABABAbababaBABABABabababABABABabababaBABABAbabababABABABababababaBABABAbabababABABABababababaBABABABAbabababABABABababababaBABABAbabababABABABababababaBABABAbabababABABABababababaBABABAbabababABABABAbababaBABABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{88}$(2) | BABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABAbababaBABABABabababABABABabababABABABabababABABABababababABABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABABABAbababaBABABabababABABABabababABABABabababABABABabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{89}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABABababababaBABABABabababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{90}$(2) | BABAbabababABABABabababaBABABABabababaBABABAbabababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABAbababababABABABAbabababABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABAbababababABABABAbabababaBABABAbabababABABABAbabababABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{91}$(2) | BABabababaBABABABababababaBABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABAbabababABABABabababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbababaBABABABabababABABABAbabababABABABabababaBABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABAbabababABABABAbabababABA |
| II.$C^{i.c.}_{92}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababababaBABABABababababaBABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABabababaBABABABababababaBABABABabababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{93}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABabababABABABAbababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbabababABABABAbabababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABababababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{94}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABababababaBABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababaBABABABAbabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABababababaBABABABababababaBABA |
| II.$C^{i.c.}_{95}$(2) | BABAbabababABABABAbabababABABABABababababaBABABABababababaBABABABabababABABABAbabababABABABAbababaBABABABabababaBABABABabababABABABAbabababABABABABababababaBABABABabababABABABAbababaBABABABAbababaBABABABabababaBABABABababababABABABAbabababABABABAbabababABABABABababababaBABABABababaBABA |

Table S LXXIV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{1}^{i.c.}(4)$ | BABababABA |
| I.$A_{2}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABA |
| I.$A_{3}^{i.c.}(4)$ | BABABabababababaBABABABABABabababababABABABABABAbababababABABA |
| I.$A_{4}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbabababababaBABABABABABababababaBABABA |
| I.$A_{5}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{6}^{i.c.}(4)$ | BABABABabababababaBABABABABABABabababababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| I.$A_{7}^{i.c.}(4)$ | BABABabababababABABABABABAbababababABABABABABABabababababABABABABABABababababaBABABABABABabababababABABA |
| I.$A_{8}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababaBABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{9}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABABabababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababababABABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{10}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABababababababABABABABABABababababababaBABABA |
| I.$A_{11}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABabababababaBABABABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{12}^{i.c.}(4)$ | BABABABabababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABabababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| I.$A_{13}^{i.c.}(4)$ | BABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbababababABABABABABAbabababababABABA |
| I.$A_{14}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABabababababaBABABABABABababababaBABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{15}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABabababababABABABABABABabababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABAbabababababaBABABA |
| I.$A_{16}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABABabababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbababababaBABABA |
| I.$A_{17}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABababababababaBABABABABABABabababababABABABABABABAbababababaBABABABABABABABabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{18}^{i.c.}(4)$ | BABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| I.$A_{19}^{i.c.}(4)$ | BABABABabababababaBABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABAbabababababABABABA |
| I.$A_{20}^{i.c.}(4)$ | BABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbababababABABA |
| I.$A_{21}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABababababaBABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{22}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABABabababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABabababababABABABABABAbababababababaBABABABABABababababababABABABABABAbabababababaBABABABABABAbababababABABABABABABabababababaBABABA |
| I.$A_{23}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABababababaBABABABABABAbabababababaBABABABABABAbababababABABABABABABabababababABABABABABABababababababABABABABABAbabababababaBABABA |
| I.$A_{24}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABabababababABABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABAbabababababaBABABABABABABababababababABABABABABABababababababaBABABABABABAbabababababaBABABA |
| I.$A_{25}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABabababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABabababababABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababaBABABA |
| I.$A_{26}^{i.c.}(4)$ | BABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABabababababaBABABABABABababababab aBABABABABABabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbabababababABABABABABAbababababABABA |

Table S LXXV. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| $\mathrm{I.A}_{27}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababababaBABABABABABababababaBABABA |
| $\mathrm{I.A}_{28}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABababababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababababABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABA |
| $\mathrm{I.A}_{29}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABabababababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababaBABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABA |
| $\mathrm{I.A}_{30}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABAbababababABABABABABABababababababABABABABABABababababababABABABABABAbabababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABababababababABABABABABABabababababababABABABABABABababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| $\mathrm{I.A}_{31}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABAbabababababaBABABABABABAbabababababaBABABABABABABababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABabababababaBABABABABABAbabababababaBABABA |
| $\mathrm{I.A}_{32}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABABabababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABAbababababababABABABABABABABabababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABabababababababABABABABABABABababababababaBABABABABABAbabababababaBABABABABABABabababababababABABABABABABABababababababaBABABA |
| $\mathrm{I.A}_{33}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABABababababababaBABABABABABAbababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABabababababababaBABABABABABAbababababababABABABABABABABababababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{1}^{i.c.}(4)$ | BABABababababaBABABABABAbababababABABA |
| $\mathrm{I.B}_{2}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABABababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{3}^{i.c.}(4)$ | BABABAbabababababABABABABABABabababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{4}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{5}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABAbababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{6}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABAbababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{7}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABAbababababababABABABABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{8}^{i.c.}(4)$ | BABABABabababababaBABABABABABABabababababaBABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| $\mathrm{I.B}_{9}^{i.c.}(4)$ | BABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABA |
| $\mathrm{I.B}_{10}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABabababababaBABABABABABababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{11}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABAbababababABABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABAbababababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{12}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABababababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{13}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABA |
| $\mathrm{I.B}_{14}^{i.c.}(4)$ | BABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABababababababaBABABABABABABAbabababababABABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| $\mathrm{I.B}_{15}^{i.c.}(4)$ | BABABababababaBABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABAbababababABABA |

Table S LXXVI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.B$_{16}^{i.c.}$(4) | BABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABAbababababab ABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABA |
| I.B$_{17}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABabababababABABABABABAbababababABABABABABABababab ababaBABABABABABababababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababaBABABA |
| I.B$_{18}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababABABABABABABababababABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababABABABABABABabab abababaBABABABABABAbababababaBABABABABABababababababABABABABABABababababaBABABA |
| I.B$_{19}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABABab ababababABABABABABABABababababababABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| I.B$_{20}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABABabababababABABABABABABabababababABABABABABAB abababababABABABABABABABababababababABABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| I.B$_{21}^{i.c.}$(4) | BABABABabababababABABABABABABAbababababABABABABABABAbababababABABABABABABAbababababaBABABAB ABABABAbababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABabababababABABABA |
| I.B$_{22}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABAB ABABABabababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABABA |
| I.B$_{23}^{i.c.}$(4) | BABABABababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABAB ABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABA BABA |
| I.B$_{24}^{i.c.}$(4) | BABABababababaBABABABABABababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABababababaB ABABABABAbababababABABABABABAbabababaBABABABABABababababaBABABABABABabababababABABABABABAbababababa babABABA |
| I.B$_{25}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababABABABABABAbababab abABABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABa bababababaBABABA |
| I.B$_{26}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABAbababababABABABABABABabababababABABABABABAB ababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABababababaBABABABABABAbababa bababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| I.B$_{27}^{i.c.}$(4) | BABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababABABAB ABABABAbabababababABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABABABABABABababababaBABABA BABABABabababababaBABABABABABABababababaBABABA |
| I.B$_{28}^{i.c.}$(4) | BABABABabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABabababababaBABABABABABABababababaBABABAB ABABAbabababababABABABABABABAbababababaBABABABABABABAbababababaBABABABABABABababababaBABABABABA BAbababababababABABABABABABAbabababababABABABABABABababababaBABABABABABABabababababABABABA |
| II.A$_{1}^{i.c.}$(4) | BABABababababaBABABABABABababababaBABABABABABabababababABABABABABAbababababABABABABABAbababababab ABABA |
| II.A$_{2}^{i.c.}$(4) | BABABababababaBABABABABAbababababABABABABABAbabababaBABABABABABabababababABABABABABAbabababaBAB ABABABABababababaBABABABABAbababababABABA |
| II.B$_{1}^{i.c.}$(4) | BABABABabababababaBABABABABABABAbababababababABABABA |
| II.B$_{2}^{i.c.}$(4) | BABABababababaBABABABABABababababaBABABABABAbababababABABABABABAbababababABABA |
| II.B$_{3}^{i.c.}$(4) | BABABABababababaBABABABABABABabababababABABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababaBAB ABABABABABababababaBABABABABABABAbababababABABABABABABAbababababaBABABABABABABababababaBA BABABABABABabababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| II.C$_{1}^{i.c.}$(4) | BABABABabababababABABABA |
| II.C$_{2}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababaBABABABABABababababABABABABABAbababababaBABABA |
| II.C$_{3}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababaBABABABABABAbababababABABABABABABababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| II.C$_{4}^{i.c.}$(4) | BABABAbababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABabababababABABABABABABabababababaBABABABABAB AbabababababaBABABA |

Table S LXXVII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{5}^{i.c.}(4)$ | BABABABababababababaBABABABABABABababababababABABABABABABAbababababababaBABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababABABABA |
| II.$C_{6}^{i.c.}(4)$ | BABABababababababaBABABABABAbababababABABABABABABababababABABABABABAbababababaBABABABABABABababababABABABABABABababababababaBABABABABAbababababABABA |
| II.$C_{7}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABABABababababaBABABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABABabababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABABabababababaBABABA |
| II.$C_{8}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABAbababababABABABABABABABababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABabababababababABABABABABABABababababaBABABABABABAbababababaBABABA |
| II.$C_{9}^{i.c.}(4)$ | BABABABabababababababABABABABABABABababababaBABABABABABAbabababababababABABABABABABAbababababaBABABABABABABabababababababaBABABABABABAbababababababABABABABABABABababababababABABABA |
| II.$C_{10}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababababABABABABABABABAbababababaBABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababaBABABABABABABABababababababaBABABA |
| II.$C_{11}^{i.c.}(4)$ | BABABababababababaBABABABABAbababababABABABABABAbababababaBABABABABABABababababababABABABABABAbabababababaBABABABABABABABabababababABABABABABAbabababababaBABABABABABABababababaBABABABABABAbababababABABA |
| II.$C_{12}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABabababababababABABABABABABABAbababababaBABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbababababaBABABA |
| II.$C_{13}^{i.c.}(4)$ | BABABABabababababababaBABABABABABABABabababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABabababababababaBABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababababABABABABABABABAbabababababababABABABA |
| II.$C_{14}^{i.c.}(4)$ | BABABababababababaBABABABABAbababababABABABABABABabababababaBABABABABAbabababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABABababababababABABABABABAbababababaBABABABABAbabababababABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbababababABABA |
| II.$C_{15}^{i.c.}(4)$ | BABABABababababababABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababABABABA |
| II.$C_{16}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABABabababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABAbababababaBABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABabababababaBABABABABABABAbababababaBABABABABABABAbababababaBABABABABABABabababababababABABABABABAbabababababaBABABA |
| II.$C_{17}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababABABABABABABABababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABababababababABABABABABABAbabababababaBABABABABABABabababababababABABABABABABABabababababaBABABABABABAbabababababABABABABABABABabababababaBABABA |
| II.$C_{18}^{i.c.}(4)$ | BABABAbababababaBABABABABABABAbabababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABababababababaBABABABABABAbababababaBABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABababababababABABABABABABABABabababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABAbabababababaBABABA |
| II.$C_{19}^{i.c.}(4)$ | BABABAbabababababababABABABABABABABAbababababaBABABABABABABABabababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABAbababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABAbababababaBABABABABABABABababababababaBABABA |

Table S LXXVIII. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_{1}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbababababababABABABA |
| I.$A_{2}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAB AbababababababababABABABABABABABABAbababababababaBABABABA |
| I.$A_{3}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababab abababababABABABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababababABABABA |
| I.$A_{4}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABAbabab ababababababABABABABABABABABababababababABABABABABABABABABababababababaBABABABABABABABAbababababababABABA BABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababABABABA |
| I.$A_{5}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABabab ababababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababababABABABABABABABAbababababababaBA BABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababababababaBABABABA |
| I.$A_{6}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababab abaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABababababababABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbaba babababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababABABABA |
| I.$A_{7}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABabababab abababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABABABababababababABABABABABABABABababababababABABABABABA BABAbababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababababababa bababABABABA |
| I.$B_{1}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababababABABABABABABABABababababababababaBABABABA |
| I.$B_{2}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababab abABABABA |
| I.$B_{3}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababab abababababABABABA |
| I.$B_{4}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbababab abababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABABababababababababABABABA |
| I.$B_{5}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABAB abababababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABA |
| I.$B_{6}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABABAbababababab abaBABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABaba bababababababABABABA |
| I.$B_{7}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababab ababaBABABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABABA bababababababababABABABA |
| I.$B_{8}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABAB ababababababababABABABABABABABABAbabababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbabababababa bababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABA |
| I.$B_{9}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababababababab aBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABABabababa bababaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababababababABABABA |
| I.$B_{10}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababa bababaBABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbababababababABABABABABABABAbababababababaBABABABABABAB ABabababababababaBABABABABABABABababababababABABABABABABABAbababababababABABABA |
| I.$B_{11}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABa babababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABabababababab ababABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABA |
| II.$B_{1}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABababababababaBABABABABABABAbababababababaBABABABABABABAbabababababa baBABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababababababABABABA |

Table S LXXIX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| II.$C_{1}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABA |
| II.$C_{2}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababababABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABA BAbabababababababaBABABABA |
| II.$C_{3}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbababababa babaBABABABABABABABABababababababababABABABA |
| II.$C_{4}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABA BabababababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABA |
| II.$C_{5}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABababababababababABABABABABABABABABa babababababababABABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABA |
| II.$C_{6}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABA BAbababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbabababababababaBABABABA |
| II.$C_{7}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABabababa babababABABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbababababababababABABABABABABABABAbababababababababABABABABAB ABABababababababababABABABA |
| II.$C_{8}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABAbabababababa BABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABababababab ababABABABABABABABABababababababababABABABA |
| II.$C_{9}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABabababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababa baBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababab abababababABABABABABABABABABababababababababABABABA |
| II.$C_{10}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABABababababab ababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbaba babababababaBABABABABABABABABababababababababABABABA |
| II.$C_{11}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababaBABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABABabababab abababABABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABA BabababababababaBABABABABABABABAbababababababABABABA |
| II.$C_{12}^{i.c.}(5)$ | BABABABababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbababababab abaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABAbababababababaBABABABABABABABABababa bababababABABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABababababababababABABABA |
| II.$C_{13}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbabababababababABABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABAb ababababababababABABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABABabababababababaBABABABABABABABABAbababababababa baBABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABABababababababaBABABABA |
| II.$C_{14}^{i.c.}(5)$ | BABABABabababababababaBABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbababababababababABABABABABABABABAbababab ababababaBABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABAbababababababABABABABABABA BABAbabababababababaBABABABABABABABABabababababababaBABABABABABABABABabababababababABABABABABABABABAbabababababab abABABABA |
| II.$C_{15}^{i.c.}(5)$ | BABABABabababababababababABABABABABABABABAbababababababABABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABABabab abababababaBABABABABABABABAbababababababababABABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABABabababababababaBABA BABABABABABAbabababababababABABABABABABABABAbabababababababABABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABABab ababababababababABABABA |
| II.$C_{16}^{i.c.}(5)$ | BABABABAbababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAB ababababababababABABABABABABABABABababababababababaBABABABABABABABAbabababababababaBABABABABABABABABAbababababababab abABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABABababababababababABABABABABABABABAbabababababababaBABABAB ABABABABAbabababababababaBABABABA |

Table S LXXX. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.$A_1^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababaBABABABABABABABAB ABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| I.$A_2^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababABABABABABABABABABAB ABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABababa babababababababababaBABABABABABA |
| I.$A_3^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababAbABABABABABABABABABAB ABABABababababababababababababABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABaba babababababababababababABABABABABABABABABABABABABABaBabababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABababababababab abababababababaBABABABABABA |
| I.$A_4^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABAB ABABABaBabababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABA babababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABababababab abababababababababAbABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABAbababababababababa bababababaBABABABABABA |
| I.$B_1^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababaBABABABABABA |
| I.$B_2^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABabababababababababababababABABABABABABABABAB ABABABababababababababababababababABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| I.$B_3^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABabababababababababababababABABABABABABABABAB ABABABABabababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$B_1^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABA BABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABABabababababababababababababABABABABABABABABABABAB ABABababababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABa babababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_1^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_2^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_3^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababababABABABABABABABABA BABABABababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_4^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABA BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_5^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABA BABABABababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_6^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABabababababababababababababABABABABABABA BABABABABABABababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_7^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABA BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABAB ABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_8^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABA BABABABABABababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababABABABABABABABABAB ABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| II.$C_9^{i.c.}$(8) | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababABABABABABABABABA BABABABABABababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababABABABABABABABABABAB ABABABababababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABA BabababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |

Table S LXXXI. The free group elements for the periodic three-body orbits.

| Class and number | free group element |
|---|---|
| I.A$_1^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABABababababababababababababababababababababABABABABABABABABA |
| I.A$_2^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABABabababababababababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababab<br>abababababababABABABABABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababababababABABABABABABABABA |
| I.A$_3^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABABabababababababababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababab<br>abababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABABBababababababababababababababababababababababababababABABABABABABAB<br>ABABABABABAbababababababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABAbabababababababababababababa<br>babababababABABABABABABABABABA |
| I.B$_1^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABABabababababababababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABAbababababababababababababab<br>ababababababABABABABABABABABABA |
| II.A$_1^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABAbabababababababababababababababababababaBABABABABABABABA |
| II.B$_1^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABAbababababababababababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABABabababababababababababababa<br>babababababaBABABABABABABABABA |
| II.C$_1^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABAbabababababababababababababababababababABABABABABABABABABABABABABABABabababababababababababababababa<br>babaBABABABABABABABA |
| II.C$_2^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABAbababababababababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABABAbabababababababababababa<br>bababababaBABABABABABABABABA |
| II.C$_3^{i.c.}$(10) | BABABABABABABABABabababababababababababababababababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABABBabababababababababababa<br>babababababaBABABABABABABABABABABABABABABABABABAbabababababababababababababababababABABABABABABABABA<br>BABABABABABABABAbababababababababababababababababababababABABABABABABABABA |

Table S LXXXII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits with three different mass in the case of $\boldsymbol{r}_1(0)=(x,0)$, $\boldsymbol{r}_2(0)=(1,0)$, $\boldsymbol{r}_3(0)=(0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0)=(v_1,v_2)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_2(0)=(v_3,v_4)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0)=(v_5,v_6)$ when $G=1$ and $m_2=1$.

| index | $m_1$ | $m_3$ | $x$ | $v_1$ | $v_2$ | $v_3$ | $v_4$ | $v_5$ | $v_6$ | $T$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | 0.975 | 0.5763816247 | -2.3015055216 | 0.1192544908 | 0.0707904861 | 0.4848256159 | 0.1588515772 | -1.0428832542 | -0.3953496979 | 10.7169695572 |
| b | 0.95 | 0.6453884052 | -3.2543471598 | 0.0896051178 | 0.0738837843 | 0.5692977910 | 0.2284213093 | -1.0139981562 | -0.4626840239 | 18.3816229025 |
| c | 0.925 | 0.7168873884 | -4.3024202324 | 0.0628967712 | 0.0779371576 | 0.6213216601 | 0.3157938010 | -0.9478492501 | -0.5410691806 | 27.9455330452 |
| d | 0.9 | 0.7569334276 | -10.9089203830 | 0.0178997034 | 0.0383827046 | 0.6725453925 | 0.3913437506 | -0.9097961597 | -0.5626494606 | 103.9496440032 |

Table S LXXXIII. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits with three different mass in the case of $\boldsymbol{r}_1(0)=(x,0)$, $\boldsymbol{r}_2(0)=(1,0)$, $\boldsymbol{r}_3(0)=(0,0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0)=(v_1,v_2)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_2(0)=(v_3,v_4)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0)=(v_5,v_6)$ when $G=1$ and $m_1=0.9$, $m_2=1$ and $m_3$ varies.

| No. | $m_3$ | $x$ | $v_1$ | $v_2$ | $v_3$ | $v_4$ | $v_5$ | $v_6$ | $T$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0661403599 | -0.9621520848 | 0.0060543635 | 0.0134315794 | 0.0584368833 | 0.0758226703 | -0.9659126524 | -1.3291595624 | 17.6595625674 |
| 2 | 0.3746499285 | -1.1146375847 | 0.0399324813 | 0.184860399 | 0.2200781625 | 0.1854471138 | -0.6833509797 | -0.9390672365 | 20.0599730646 |
| 3 | 0.4704077525 | -0.8677088555 | 0.2632631279 | 0.2763120168 | 0.2128078171 | 0.2337836521 | -0.9560740224 | -1.0256303487 | 7.9096609748 |
| 4 | 0.4713356117 | -0.7095131769 | 0.3062402011 | 0.4381660557 | 0.1705401119 | 0.3006962939 | -0.9465787898 | -1.4746302355 | 26.8621391717 |
| 5 | 0.4733781876 | -0.86347678 | 0.1500713585 | 0.154446778 | 0.0510097205 | 0.1253038986 | -0.3930767154 | -0.5583400455 | 7.9309194154 |
| 6 | 0.4740692191 | -0.8791760984 | 0.1972589987 | 0.2256786524 | 0.1617961401 | 0.1794111278 | -0.7157799436 | -0.8068904275 | 15.4472421768 |
| 7 | 0.4852125412 | -1.1931786385 | 0.2144761853 | 0.0365700723 | 0.2993038854 | 0.0392710678 | -1.0146737983 | -0.1487680693 | 20.2158109533 |
| 8 | 0.4881267637 | -0.7095954104 | 0.3180165395 | 0.4522731113 | 0.1778026328 | 0.3095560317 | -0.9506086386 | -1.4680650297 | 27.1884960263 |
| 9 | 0.4888763863 | -2.2138988295 | 0.1141254155 | 0.0575987138 | 0.420660041 | 0.1154901447 | -1.0705628858 | -0.3422725904 | 54.33306272 |
| 10 | 0.4988966404 | -0.9587263387 | 0.0969038832 | 0.034628323 | 0.0068865955 | 0.0290624007 | -0.1886164042 | -0.1207221826 | 6.2366255968 |
| 11 | 0.5023825903 | -2.6332725044 | 0.0743585031 | 0.0364119837 | 0.4464616907 | 0.0862971729 | -1.021899153 | -0.2370065376 | 69.847765562 |
| 12 | 0.5110288607 | -4.4427486343 | 0.0017948605 | 0.0642245898 | 0.4677207702 | 0.2666818817 | -0.9184141655 | -0.6349622055 | 133.7873435242 |
| 13 | 0.5154916207 | -0.9370473064 | 0.1314676303 | 0.0487359252 | 0.0289589037 | 0.0416744156 | -0.2857074006 | -0.1659323737 | 13.9019879987 |
| 14 | 0.5203558257 | -0.7600309404 | 0.3035486392 | 0.4023025174 | 0.1755089063 | 0.2804780242 | -0.8622997177 | -1.2348286658 | 14.5832800361 |
| 15 | 0.5299332663 | -7.4142805436 | 0.0254242558 | 0.0390140399 | 0.5385090783 | 0.2603349335 | -1.0593615162 | -0.5575184429 | 161.0157650503 |
| 16 | 0.5375966562 | -0.9534361189 | 0.1001509426 | 0.1126123546 | 0.1285088676 | 0.0936068325 | -0.4067077305 | -0.362647255 | 9.5257377409 |
| 17 | 0.5550810688 | -0.9787916192 | -0.0622216494 | 0.0621280433 | 0.0826529313 | 0.0479133043 | -0.0480172147 | -0.1870511338 | 8.4031363946 |
| 18 | 0.5993283063 | -0.8384959752 | 0.3797642175 | 0.3840813628 | 0.393104474 | 0.3554438538 | -1.2261931599 | -1.1698380887 | 32.1143573014 |
| 19 | 0.6078120951 | -0.7573668176 | 0.2733859832 | 0.5423731153 | 0.1287434665 | 0.3693959637 | -0.6166228911 | -1.4108501202 | 32.58395246 |
| 20 | 0.6558951657 | -1.0136736688 | 0.0253348419 | 0.0297740486 | 0.1459606805 | 0.0269407595 | -0.2573003233 | -0.0819298663 | 14.9673513016 |
| 21 | 0.6601429921 | -1.884366978 | 0.1705886285 | 0.1079047519 | 0.4885878276 | 0.1830534535 | -0.9726947055 | -0.4244046118 | 82.3899924221 |
| 22 | 0.6856457346 | -1.1781530199 | -0.0933350112 | 0.0744564054 | 0.2980240323 | 0.0689843144 | -0.3121473837 | -0.1983459861 | 25.7335833638 |
| 23 | 0.6884565687 | -0.9818580545 | -0.0182929095 | 0.1813553468 | 0.1498872192 | 0.1522640681 | -0.1938010425 | -0.4582480502 | 12.7602322736 |
| 24 | 0.6950754319 | -1.4455619347 | 0.2161031828 | 0.1118036941 | 0.4379694088 | 0.1454693962 | -0.9099189014 | -0.3540518191 | 32.2042369477 |
| 25 | 0.7029973911 | -14.3813200713 | 0.0951328126 | 0.0097845805 | 0.6685292827 | 0.2418866259 | -1.0727618958 | -0.3566055173 | 881.214834413 |
| 26 | 0.7043076791 | -0.7787674215 | 0.1102359996 | 0.5317469334 | 0.0781270055 | 0.3718771891 | -0.2517925197 | -1.2074970278 | 19.2119194697 |
| 27 | 0.7056190768 | -3.5814134463 | 0.1007203134 | 0.0927575432 | 0.613327429 | 0.3037384464 | -0.9976710299 | -0.548766676 | 141.029792051 |
| 28 | 0.7109279888 | -1.3725922739 | 0.2304553748 | 0.1535943751 | 0.4256815382 | 0.1897402073 | -0.8905140681 | -0.4613338482 | 52.0342204512 |
| 29 | 0.7124919834 | -1.6532601785 | 0.2212754191 | 0.1405115256 | 0.4925651698 | 0.2090476167 | -0.9708362523 | -0.4708937048 | 155.7746425325 |
| 30 | 0.7215221145 | -0.6954838934 | 0.6078960476 | 0.4293356527 | 0.3913259221 | 0.2687364288 | -1.3006286931 | -0.9079950608 | 26.8551271641 |
| 31 | 0.7266859631 | -0.7088576171 | 0.3258264199 | 0.553961543 | -0.0723149349 | 0.3199714069 | -0.3040224446 | -1.1263968718 | 14.8826564569 |
| 32 | 0.7502939348 | -5.8439798406 | 0.0502107273 | 0.065819238 | 0.6796547194 | 0.3325039323 | -0.9660805456 | -0.5221170376 | 480.3268551129 |
| 33 | 0.7569319526 | -10.9086229624 | 0.017900531 | 0.0383835414 | 0.6725448148 | 0.3913409199 | -0.9097981534 | -0.5626478123 | 103.9458742398 |
| 34 | 0.7704378466 | -5.2646543156 | 0.0522856893 | 0.0760967774 | 0.6607665405 | 0.3681728097 | -0.9187290889 | -0.5667685087 | 335.8286448697 |
| 35 | 0.7757219894 | -1.6077767386 | 0.2386812702 | 0.1770087445 | 0.5241949709 | 0.2458040964 | -0.952671349 | -0.5222386009 | 20.4949989989 |

Table S LXXXIV. Initial conditions and periods $T$ of the periodic three-body orbits with three different mass in the case of $\boldsymbol{r}_1(0) = (x, 0)$, $\boldsymbol{r}_2(0) = (1, 0)$, $\boldsymbol{r}_3(0) = (0, 0)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_1(0) = (v_1, v_2)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_2(0) = (v_3, v_4)$, $\dot{\boldsymbol{r}}_3(0) = (v_5, v_6)$ when $G = 1$ and $m_1 = 0.9$, $m_2 = 1$ and $m_3$ varies.

| No. | $m_3$ | $x$ | $v_1$ | $v_2$ | $v_3$ | $v_4$ | $v_5$ | $v_6$ | $T$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 36 | 0.8210292424 | -1.1588353849 | 0.2578949875 | 0.4745884046 | 0.3693999845 | 0.4949728529 | -0.7326236902 | -1.1231054504 | 54.8282065238 |
| 37 | 0.8278006392 | -0.7571982355 | 0.567848659 | 0.5691363819 | 0.2616887584 | 0.404040321 | -0.933500791 | -1.1068644083 | 22.2679624569 |
| 38 | 0.8287703127 | -0.763817312 | 0.5660097821 | 0.5646348781 | 0.2706562151 | 0.404850345 | -0.9412318552 | -1.1016583501 | 22.6140483593 |
| 39 | 0.8315892569 | -1.4425000995 | 0.2571438026 | 0.1907189122 | 0.4795438103 | 0.2476069953 | -0.8549572116 | -0.5041599728 | 53.8342900181 |
| 40 | 0.8529806189 | -1.2960798201 | 0.2969909849 | 0.2167849876 | 0.4574468448 | 0.2528809311 | -0.8496543878 | -0.5252023593 | 66.1643516533 |
| 41 | 1.3642449767 | -0.7380172892 | 0.3976061821 | 0.8808081637 | -0.225980417 | 0.504938667 | -0.0966579677 | -0.9511972091 | 11.7391516772 |
| 42 | 1.4171246115 | -0.9373452688 | 0.285096843 | 0.2947983435 | -0.0111707302 | 0.2556320898 | -0.173179145 | -0.3676110034 | 6.5293584332 |
| 43 | 1.5837753884 | -0.9480815006 | 0.2545991332 | 0.3367825953 | 0.0180747429 | 0.294600709 | -0.1560915548 | -0.3773925578 | 7.6091159966 |
| 44 | 1.7120278509 | -0.9496141816 | 0.2485674299 | 0.3871791375 | 0.0314660522 | 0.3379026139 | -0.1490494088 | -0.4009069346 | 8.6954048698 |
| 45 | 1.728281966 | -1.3923423298 | 0.6250537466 | 0.6272201669 | 0.8460503971 | 0.7859746696 | -0.8150283326 | -0.7813961184 | 28.583534088 |
| 46 | 1.775651285 | -1.4248467597 | 0.1482973039 | 0.6087088992 | 0.5779552831 | 0.8445296125 | -0.4006546007 | -0.7841447437 | 14.3087016745 |
| 47 | 1.8420234238 | -1.7862307391 | 0.4029724085 | 0.4605424646 | 0.8587561811 | 0.7194614662 | -0.6630921914 | -0.6156000351 | 90.2799865428 |
| 48 | 1.856056231 | -1.1420671945 | 0.4970881465 | 0.3260287062 | 0.7243000891 | 0.335107624 | -0.6312736658 | -0.3386392336 | 25.9774644983 |
| 49 | 1.9086924126 | -1.0376267987 | 0.4192227241 | 0.1477868509 | 0.4921843855 | 0.1366238947 | -0.4555395261 | -0.1412653284 | 41.2272924582 |
| 50 | 1.9453935482 | -0.9414860118 | 0.3299156714 | 0.9885125931 | 0.4967193819 | 0.922464475 | -0.4079603774 | -0.9314957431 | 12.5098157545 |
| 51 | 1.9460039801 | -2.0925045 | 0.407501288 | 0.4545696964 | 0.8512610599 | 0.8597377729 | -0.6259042795 | -0.6520287279 | 53.3731077609 |
| 52 | 1.9638216107 | -0.906031869 | 0.6576881721 | 0.6595683598 | 0.722422799 | 0.5378385043 | -0.6692777729 | -0.5761470501 | 47.6886991271 |
| 53 | 1.9645984849 | -1.1352982056 | 0.2053997523 | 0.7338657217 | 0.4571929962 | 0.8232120142 | -0.3268111923 | -0.7552134317 | 12.081422848 |
| 54 | 1.9745384908 | -0.9779217477 | 0.6265367055 | 0.5268475996 | 0.6806521846 | 0.4637005785 | -0.6302916987 | -0.4749785443 | 47.9870366417 |
| 55 | 2.0107845768 | -1.0955467682 | 0.1743848477 | 0.8343433385 | 0.5194354354 | 0.8824172624 | -0.3363770571 | -0.812283069 | 13.8076938827 |
| 56 | 2.078697273 | -0.9343618698 | 0.3815762154 | 0.6832056318 | 0.3417583363 | 0.5745251624 | -0.3296184293 | -0.5721902109 | 9.1604145804 |
| 57 | 2.1670941437 | -0.983437804 | 0.6926946199 | 0.5829991481 | 0.7631198809 | 0.5160089961 | -0.6398176299 | -0.4802321267 | 53.9768203224 |
| 58 | 2.7396405597 | -0.8705540106 | 0.3861384171 | 1.4482700996 | 0.805097918 | 1.1347176093 | -0.4207203348 | -0.889956418 | 11.7251473042 |
| 59 | 3.9695872872 | -1.0876126765 | 0.7461822415 | 1.0665183408 | 1.1084802074 | 1.043961899 | -0.448420477 | -0.5047951489 | 41.5506951012 |
| 60 | 4.0126983503 | -1.0929941124 | 0.8697086803 | 0.7460692726 | 1.1407389695 | 0.7339034622 | -0.479347465 | -0.3502296173 | 41.3527290925 |
| 61 | 4.057400081 | -1.0614425863 | 0.8340726166 | 0.9785426591 | 1.0994791835 | 0.9348002215 | -0.4559926314 | -0.4474512193 | 40.7203485051 |
| 62 | 4.0816774624 | -0.990312593 | 0.911762852 | 1.075757859 | 1.0555835549 | 0.9588028877 | -0.4596566336 | -0.4721061325 | 58.4889718122 |
| 63 | 5.3536320783 | -0.9522498245 | 0.932217489 | 1.2589023099 | 0.7339800691 | 1.1737969455 | -0.2938147012 | -0.4308867309 | 19.0399146309 |
| 64 | 7.720022733 | -0.9799917845 | 0.8798431724 | 1.013806697 | 0.8669346156 | 0.8991832527 | -0.2148689878 | -0.2346637235 | 22.1498083791 |
| 65 | 9.6978046723 | -1.0135116695 | 0.8041663429 | 1.0745374482 | 1.0063841407 | 0.9917843902 | -0.1784046913 | -0.2019908794 | 25.7254617516 |

Table S LXXXV. The free group elements for the periodic three-body orbits with three differnt masses.

| No. | free group element |
|---|---|
| 1 | BaBaBAbAbA |
| 2 | BaBAbaBabAbaBAbA |
| 3 | BaBAbA |
| 4 | BaBaBAbaBAbAbA |
| 5 | BAbAbABaBaBA |
| 6 | BaBaBaBababAbAbAbA |
| 7 | BabABAbaBAbaBABabA |
| 8 | BaBaBAbaBAbAbA |
| 9 | BabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| 10 | BAbAbaBaBA |
| 11 | BabABabaBAbaBAbaBAbabABabA |
| 12 | BaBabbbaBaBAbAbaaabAbA |
| 13 | BAbAbabAbABABaBabaBaBA |
| 14 | BaBAbaBAbA |
| 15 | BaBabAbA |
| 16 | BAbAbABABaBaBA |
| 17 | BAbAbAbaBaBaBA |
| 18 | BaBaBaBAbAbAbA |
| 19 | BaBAbaBabABabAbaBAbA |
| 20 | BAbABABabaBAbabABABaBA |
| 21 | BabaBAbaBABabABabaBAbabABabABAbaBAbabA |
| 22 | BAbABABabaBAbabABabaBAbabABABaBA |
| 23 | BAbABAbABABaBABaBA |
| 24 | BabaBABabaBAbabABAbabA |
| 25 | BabaBabaBAbabAbabA |
| 26 | BabAbaBAbaBAbaBabA |
| 27 | BabABaBAbaBAbaBAbABabA |
| 28 | BabaBAbabABAbaBABabABAbaBABabaBAbabA |
| 29 | BabaBAbabABabABAbaBABabABAbaBAbabABabaBAbabABabaBAbaBABabABAbaBABabABabaBAbabA |
| 30 | BaBAbaBabAbaBAbA |
| 31 | BabAbAbaBAbaBaBabA |
| 32 | BabABabABabaBAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| 33 | BabA |
| 34 | BabABabABAbaBAbaBAbaBAbaBABabABabA |
| 35 | BabaBAbabA |

Table S LXXXVI. The free group elements for the periodic three-body orbits with three differnt masses.

| No. | free group element |
|---|---|
| 36 | BabAbaBAbABabABaBAbaBabA |
| 37 | BabAbaBAbaBabA |
| 38 | BabAbaBAbaBabA |
| 39 | BabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabA |
| 40 | BabaBABabaBABabaBABabaBAbabABAbabABAbabABAbabA |
| 41 | BabAAbaBAbaBBabA |
| 42 | BAbbabaaBA |
| 43 | BAbbbabaaaBA |
| 44 | BAbbbbabaaaaBA |
| 45 | BbaA |
| 46 | BAbbABaaBA |
| 47 | BAbababABABAbababABABababaBABABababaBA |
| 48 | BABabababaBABABAbababab ABA |
| 49 | BABAbababab ABABABAbababab ABABABABabababaBABABABabababaBABA |
| 50 | BAbABABaBA |
| 51 | BAbababABABababaBA |
| 52 | BABababab ABABAbababaBABABAbababaBABABabababABA |
| 53 | BAbbbABaaaBA |
| 54 | BABababab ABABABAbababaBABABAbababaBABABABabababABA |
| 55 | BAbbABABaaBA |
| 56 | BAbBababAaBA |
| 57 | BABabababaBABABABabababaBABABAbababab ABABABAbababab ABA |
| 58 | BAbabaBA |
| 59 | BABABababababaBABABABABAbabababababABABA |
| 60 | BABABAbababababababABABABABABABababababababaBABABA |
| 61 | BABABAbabababababABABABABABABabababababaBABABA |
| 62 | BABABAbabababababABABABABABAbabababababaBABABABABABabababababaBABABA |
| 63 | BABABABababababababababABABABA |
| 64 | BABABABABABAbababababababababababababaBABABABABABA |
| 65 | BABABABABABABABAbababababababababababababababababaBABABABABABABABA |